

ASPECTOS SOBRE O CÁLCULO DE TRANSMISSIBILIDADES EM MALHAS FORMADAS POR CONTATOS PARCIAIS

Angelo Cemin Jr., Clovis R. Maliska, Jonas Cordazzo

SINMEC – Laboratório de Simulação Numérica em
Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 – Florianópolis – SC

cemin@sinmec.ufsc.br, maliska@sinmec.ufsc.br, jonas@sinmec.ufsc.br

Resumo – O presente trabalho analisa aspectos sobre o cálculo de transmissibilidades utilizado por softwares comerciais na simulação de reservatórios de petróleo. Inicialmente é descrita a expressão para o cálculo da transmissibilidade mais empregada na literatura. Usando essa definição, são descritos os passos envolvidos no cálculo da transmissibilidade em malhas criadas pela especificação dos vértices (*Malhas Corner Point*), que é o caso mais geral. Em seguida, o presente trabalho analisa como os softwares comerciais, principalmente o *IMEX (Implicit EXplicit Black Oil Simulator, da CMG)*, realizam a determinação da transmissibilidade em malhas que apresentam volumes que não se comunicam em toda sua área lateral. Através desses resultados pode ser inferido que o cálculo das transmissibilidades realizado por softwares comerciais não é exato, mesmo em malhas refinadas.

Palavras-Chave: Reservatórios de Petróleo, Transmissibilidade, IMEX, Malhas Volumétricas.

Abstract – The present work analyzes important aspects in the transmissibility calculation used by most commercial softwares in petroleum reservoir simulation. Initially, the transmissibility calculation formula, according to the literature is presented. Using this definition, it is described the transmissibility calculation for corner point grids, the most general case. Following, the present work analyzes how the commercial softwares, especially *IMEX (Implicit EXplicit Black Oil Simulator, of CMG)*, performs the transmissibility determination in non-matching grids. Based on those calculations, it is demonstrated that most commercial softwares do not use expressions which gives the exact transmissibility, even for refined grids.

Keywords: Petroleum Reservoir, Transmissibility, IMEX, Volumetric Grids.

1. Introdução

A simulação de reservatórios é de fundamental importância na engenharia de petróleo. A informação de como o reservatório poderá se comportar durante sua exploração é decisiva quanto a localização de poços, injeção de água (em processos de recuperação secundária), tempos de produção etc. São esses fatores que determinam a situação produtiva de um reservatório sob o ponto de vista econômico.

Para o melhor uso de um software, o engenheiro de reservatório não deve somente estar apto a analisar as entradas e saídas de um simulador, mas deve também estar ciente da forma como os cálculos são realizados pelos programas de simulação para certificar-se do grau de confiabilidade dos resultados obtidos.

Neste sentido, o objetivo deste artigo é analisar, para algumas situações, os cálculos de transmissibilidades utilizados pelo IMEX (*IMplicit EXplicit black oil simulator*), que é um programa de simulação de reservatórios bastante conhecido no mundo inteiro e, em particular, muito usado pela Petrobras.

Este software desenvolvido pela CMG (*Computer Modelling Group Ltd.*) é um simulador trifásico que utiliza o modelo black-oil, e suporta malhas cartesianas, malhas cilíndricas, malhas regulares com profundidade e espessura variáveis, e malhas de vértices (corner-point), com configurações em duas ou três dimensões (IMEX User's Guide 2000).

2. Definição da Transmissibilidade

O objeto de estudo desse artigo é a forma de cálculo da condutância que aparece em problemas de transferência de massa em engenharia de petróleo. Essa condutância, denominada de transmissibilidade, envolve as permeabilidades intrínseca e relativa, viscosidade do fluido, fator de formação volumétrica e parâmetros geométricos. No presente trabalho serão considerados apenas os fatores geométricos. Na seqüência apresenta-se a definição da transmissibilidade a partir da equação do fluxo de massa.

O fluxo de massa de um componente entre dois volumes adjacentes i e j é dado por (Heinemann e Brand, 1989), como

$$Q_{ij} = \sum_{p=1}^P (\Lambda_p k)_{ij} \frac{A_{ij}}{h_{ij}} (\Phi_j - \Phi_i)_p \quad (1)$$

onde Λ_p é a mobilidade da fase p , e P é o número de fases; k é a permeabilidade absoluta; A_{ij} e h_{ij} são, respectivamente, uma área e uma distância de interesse para a passagem de fluxo e Φ é o potencial. Conforme já salientado é a determinação desta área e deste comprimento o objeto de nosso estudo neste trabalho.

Na Equação 1 as grandezas que são independentes de pressão, saturação etc., podem ser agrupadas na forma:

$$Q_{ij} = T_{ij} \sum_{p=1}^P (\Lambda_p)_{ij} (\Phi_j - \Phi_i)_p \quad (2)$$

onde T_{ij} é denominada de transmissibilidade entre os volumes i e j , sendo definida por:

$$T_{ij} = k_{ij} \frac{A_{ij}}{h_{ij}} \quad (3)$$

O inverso da transmissibilidade é chamada de resistividade r e é dada por:

$$r = \frac{1}{T} \quad (4)$$

Como a transmissibilidade entre dois volumes de controle em contato dependem das formas geométricas destes volumes e das permeabilidades, pode ser definida uma transmissibilidade para cada volume. A Lei de Ohm pode ser então aplicada para calcular a resistência total, r_{12} , e em conseqüência, a transmissibilidade total. Conexões em série ou paralelo podem ser consideradas pois a equação do fluxo, Equação 2, é uma expressão de uma diferença de potencial genérica. Para o caso de uma conexão em série, isto é, para dois volumes adjacentes, como demonstra a Figura 1, tem-se:

$$r_{12} = r_1 + r_2 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (5)$$

onde r_1 é a parcela da resistência total resultante da distância entre o ponto central do volume 1 até o ponto central de sua face de contato com o volume 2. O mesmo vale para r_2 . Já o valor T_i é chamado de transmissibilidade do volume i . Assim, a transmissibilidade entre os dois volumes é dada por:

$$T_{12} = \frac{1}{r_{12}} = \frac{1}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \quad (6)$$

onde a transmissibilidade calculada desta maneira constitui-se na média harmônica das transmissibilidades dos volumes 1 e 2.

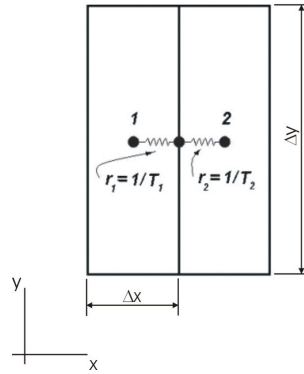


Figura 1. Esquema de representação por resistências no tratamento das transmissibilidades

Considerando a possibilidade de contato parcial entre dois volumes, a transmissibilidade efetiva, T , pode ser determinada a partir de:

$$T = \frac{A_c}{\frac{A_1}{T_1} + \frac{A_2}{T_2}} \quad (7)$$

onde A_c é a área comum de contato, A_1 e A_2 as áreas dos volumes vizinhos, e T_1 e T_2 são suas respectivas transmissibilidades.

3. Procedimento para Determinação das Áreas e dos Comprimentos para o Cálculo da Transmissibilidade em Malhas Criadas pela Definição dos Vértices (*Corner Points*)

Pretende-se nesta seção apresentar o procedimento geral para a determinação da área A_{ij} e o comprimento h_{ij} da Equação 3. Este procedimento, embora seja apresentado para malhas constituídas pela definição dos nós, pode ser particularizado para malhas cartesianas. Nos simuladores comerciais é possível criar um volume definido a partir de oito pontos (IMEX User's guide, 2000), e para que o escoamento ocorra entre dois volumes vizinhos é necessário que exista contato entre duas faces deste volumes. Este contato pode ser total, isto é, toda a face de um volumes está em contato com toda a face do outro, ou parcial. Um exemplo de volume criado pela definição dos vértices (*CORNER POINTS*) é apresentado na Figura 2.

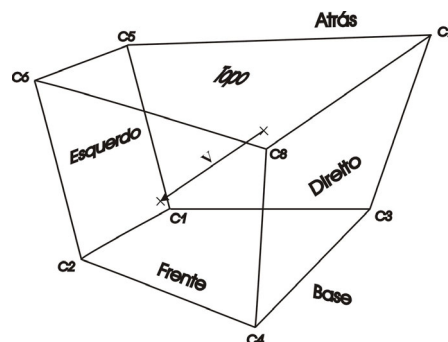


Figura 2. Volume criado pela definição dos vértices (Sammon, 2000)

Sammon (2000) apresenta o procedimento utilizado pela grande maioria dos simuladores de reservatório de petróleo atuais, inclusive o IMEX (Salazar, 2002). Aqui será apresentado o esquema de cálculo da transmissibilidade para malhas criadas pela definição dos vértices.

Para facilitar o entendimento, assume-se que o volume apresentado na Figura 1 esteja em contato com outro volume pela face frontal. Então um vetor \mathbf{v} , tal como o apresentado na Figura 2, que é paralelo ao vetor que passa pelo baricentro do volume e de sua face frontal pode ser dado por:

$$\mathbf{v} = [\mathbf{C2} - \mathbf{C1} + \mathbf{C4} - \mathbf{C3} + \mathbf{C6} - \mathbf{C5} + \mathbf{C8} - \mathbf{C7}] / 4 \quad (8)$$

Qualquer vetor \mathbf{Ci} é um vetor que tem sua origem na origem do sistema de coordenadas, e sua extremidade no ponto Ci . Em outras palavras, $\mathbf{C1}$ é um vetor e $C1$ é o ponto da extremidade deste vetor, onde a única diferença de nomenclatura entre o vetor e o ponto é a letra em negrito. Portanto, nesse caso, o módulo do vetor \mathbf{v} é o comprimento da linha reta que vai do centro da superfície construída pelos pontos $C2, C4, C6$ e $C8$ até a superfície criada pelos pontos $C1, C3, C5$ e $C7$, como mostra a Figura 2. Seu vetor unitário é dado por:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{v} / |\mathbf{v}| \quad (9)$$

e a componente da área associada ao vetor é dada por:

$$A = \iint \langle \hat{\mathbf{v}}, d\mathbf{S}(\mathbf{P}) \rangle \quad (10)$$

sendo que a área efetivamente utilizada deve ser ajustada para a área sobreposta dos dois volumes.

Assim, chamando os dois volumes vizinhos de “1” e “2”, deve existir um vetor \mathbf{v}_1 e outro \mathbf{v}_2 , bem como duas áreas efetivas A_1 e A_2 , dadas por

$$A_1 = \iint \langle \hat{\mathbf{v}}_1, d\mathbf{S}(\mathbf{P}) \rangle \quad \text{e} \quad A_2 = \iint \langle \hat{\mathbf{v}}_2, d\mathbf{S}(\mathbf{P}) \rangle \quad (11)$$

Considerando a possibilidade de contato parcial entre dois volumes, a transmissibilidade final, T , pode ser determinada conforme foi demonstrado anteriormente, por:

$$T = \frac{A_c}{\frac{A_1}{T_1} + \frac{A_2}{T_2}} \quad (12)$$

onde T_1 e T_2 são as respectivas transmissibilidades de cada volume dadas por:

$$T_1 = \frac{k_1 A_1}{\frac{|\mathbf{v}_1|}{2}} \quad \text{e} \quad T_2 = \frac{k_2 A_2}{\frac{|\mathbf{v}_2|}{2}} \quad (13)$$

e k_1 e k_2 são as permeabilidades de cada volume.

Reconhece-se que a Equação 12 é a fórmula de Hegre (Hegre *et al.*, 1986). Assim, para o caso mostrado na Figura 1, isto é, para volumes com geometria regular, a transmissibilidade do volume 1, por exemplo, é dada por:

$$T_1 = \frac{k_1 \Delta z \Delta y}{\frac{\Delta x}{2}} \quad (14)$$

4. Interpretação de Contatos Parciais pelos Softwares Comerciais

Cabe agora investigar como os softwares comerciais interpretam a área de contato entre os volumes, apresentada na Equação 12, no cálculo da transmissibilidade em casos de contatos parciais. Os manuais desses programas nem sempre detalham claramente como esse cálculo é feito em todas as situações. A estratégia usada neste artigo é comparar, em um exemplo, respostas de simulação obtidas de duas maneiras : (1) usando as opções normais do simulador e (2) especificando diretamente as transmissibilidades.

Na Figura 3 (a) é apresentado um exemplo de uma malha que contém volumes com contato parcial, isto é, trata-se de um caso em que um volume mantém uma face em contato com outros dois volumes. De acordo com as Equações (12) e (13) que são idênticas às expressões de Hegre, como já foi mencionado anteriormente, têm-se,

esquemáticamente, as resistências apresentadas na Figura 3 (b). Note que na metodologia utilizada para o cálculo da transmissibilidade entre os volumes 2 e 3, em termos de conexão, as áreas em negrito da Figura 3 (c) são desprezadas.

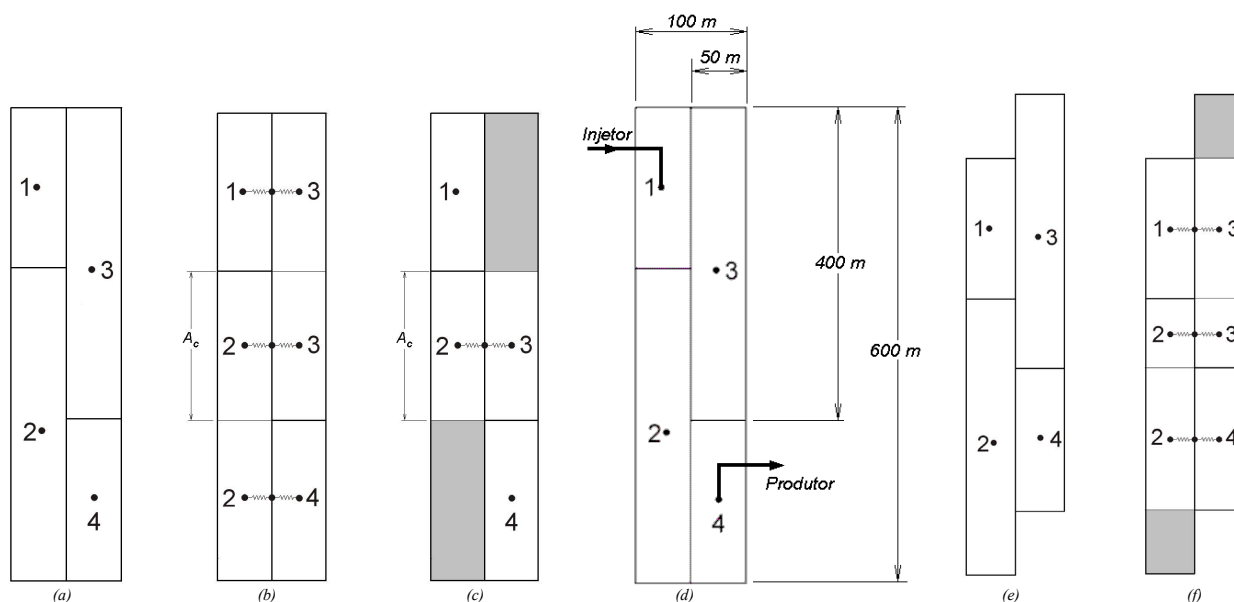


Figura 3. Detalhes de malhas geradas pela definição dos vértices: (a) Malha que apresenta volumes com contato parcial; (b) área de contato envolvida no cálculo da transmissibilidade entre os volumes 2 e 3; (c) destaque para as áreas em negrito que, em termos de conectividade, são desprezadas no cálculo das transmissibilidades; (d) dimensões físicas e localização dos poços; (e) apresentação de uma malha com contatos parciais entre volumes; (f) esquema representativo das resistências elétricas, na forma em que a transmissibilidade é tratada pelos simuladores comerciais. As áreas em negrito são desprezadas

A Figura 3 (e) apresenta mais um caso de malha em que os volumes mantêm contato lateral parcial, isto é, a área sobreposta de contato não é a área total de cada volume. A malha que na realidade está sendo utilizada pelos simuladores, em termos de conectividade, é a mostrada na Figura 3 (f), onde estão representadas as resistências que envolvem três pares de volumes vizinhos.

Para o estudo de determinação do procedimento de cálculo das transmissibilidades em malhas com contato parcial nos simuladores comerciais foram realizadas 2 simulações no software IMEX. A Figura 3 (d) apresenta a malha para a simulação, destacando os poços injetor e produtor e as dimensões físicas. A espessura dos blocos é 10 m. A permeabilidade adotada para todo o domínio foi 1000 mD e porosidade 20%. A vazão foi prescrita nos dois poços em $500 \text{ m}^3/\text{d}$. A densidade e viscosidade do óleo utilizados foram, respectivamente, 0,8 e 5 cP. Já a viscosidade da água 0,8 cP. As compressibilidades da rocha, da água e do óleo foram assumidas praticamente nulas. A saturação inicial de água foi assumida 0,2. Quanto as curvas de permeabilidade relativa, os dados utilizados foram: $k_{ro@Swi}=0,8$, $S_{or}=0,3$, $kr@Sor=0,3$ e expoentes das curvas (Corey) de k_{ro} e kr_w iguais a 3 e 2.

A primeira simulação foi realizada sem nenhuma alteração, com o objetivo de comparar com a outra simulação para verificar os cálculos realizados pelo IMEX. Na segunda simulação, foi utilizado o comando *SCONNECT*, onde foi fornecido o valor da transmissibilidade que foi calculado a partir da Equação 12.

A Figura 4 apresenta os resultados da pressão de fundo de poço produtor para as duas simulações anteriores. Pode-se observar no gráfico que as duas curvas foram coincidentes. Por isso pode-se afirmar que o simulador não realiza nenhuma correção, isto é, ele utiliza a fórmula do cálculo da transmissibilidade conforme recomenda Hegre *et al.* (1986). Por outro lado, pode-se facilmente constatar a partir do equacionamento apresentado no capítulo anterior e pela representação por resistências da Figura 3, que as equações de Hegre (deduzidas neste trabalho) apenas resultam em soluções exatas para problemas unidimensionais. Sendo assim, pode-se afirmar que ambas as soluções plotadas na Figura 4 são erradas em função da natureza do problema que é essencialmente bidimensional, como demonstrado em Cordazzo *et al.* (2002), haja vista a disposição dos poços injetor e produtor. Ou em outras palavras, a utilização de transmissibilidades calculadas de acordo com a fórmula de Hegre, sempre resultará em erros de conexão entre os volumes, se o problema não for unidimensional. E esta é uma conclusão que independe de se tratar de um caso de conexão entre os volumes do tipo parcial ou não, podendo ter, no entanto, um efeito maior nos casos de contato parcial ou refino localizado.

Um alternativa para contornar este problema numérico é a utilização de fatores de correção de transmissibilidade. No entanto, segundo Maliska *et al.* (2002), é improvável encontrar algum tipo de correção que atue corretamente em todos os casos de volumes com contato parcial. Uma alternativa viável seria a utilização de malhas de

Voronói, que segundo os autores, tem apresentado resultados próximos da solução analítica em problemas similares de transferência de calor.

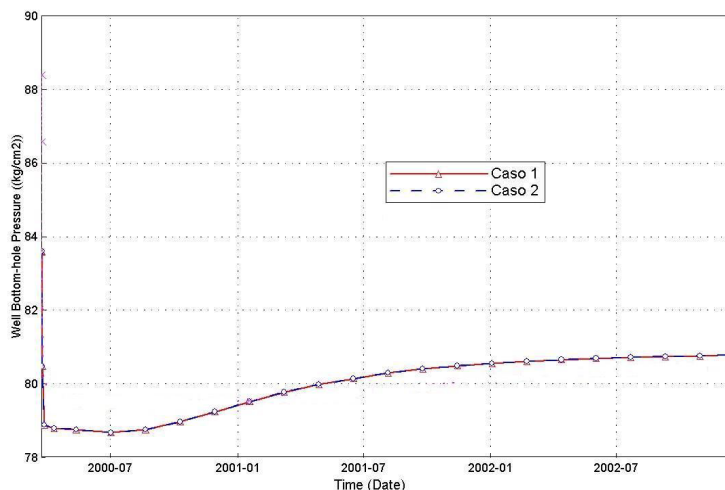


Figura 4. Resultados da pressão do poço injetor e da vazão de água no poço produtor para os três casos em estudo: Caso 1 – em que foi utilizado o valor da transmissibilidade calculada internamente pelo IMEX; Caso 2 – foi fornecido ao IMEX externamente o valor da transmissibilidade calculada pela fórmula de Hegre (deduzida neste trabalho)

5. Conclusões

Este trabalho sintetizou o procedimento utilizado pelos simuladores comerciais no cálculo das transmissibilidades em malhas volumétricas. Inicialmente a grandeza transmissibilidade foi definida, e na seqüência, foi apresentado o procedimento para determinação das áreas e dos comprimentos utilizados nos cálculos em malhas criadas por *corner points*. Finalmente, foram considerados casos de malhas que apresentam volumes que mantêm contato parcial com outros volumes. Foi demonstrado que o procedimento de cálculo das transmissibilidades realizadas pelos softwares não se altera nos casos em que volumes não se comunicam plenamente, isto é, quando a área de contato entre eles é menor que a área lateral, de pelo menos, um deles. Para os casos em que o problema não for unidimensional, espera-se que surjam erros numéricos em função da utilização de transmissibilidades não apropriadas. Enfim, considera-se importante que o engenheiro de reservatório conheça como as grandezas independentes de pressão e saturação são calculadas internamente pelos simuladores comerciais, e espera-se que sejam utilizados novos modelos nestes simuladores, modelos que tratem as conexões entre os volumes de forma mais criteriosa, baseado em uma concepção mais física.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CENPES/Petrobrás, através do Projeto Malhas, e a Agência Nacional do Petróleo (ANP), através do PRH09/UFSC, pelo apoio financeiro a este trabalho.

7. Referências

- CORDAZZO, J., MALISKA, C.R., SILVA, A.F.C. Interblock Transmissibility Calculation Analysis for Petroleum Reservoir Simulation, *2nd Meeting on Reservoir Simulation*, (Buenos Aires, November 5-6), 2002.
- HEGRE, T. M., DALEN, V., HENRIQUEZ, A. Generalized Transmissibilities for Distorted Grids in Reservoir Simulation. *Paper SPE 15622 presented at the 61st Annual Tech. Conf. Exh. of SPE* (New Orleans, Oct. 5-8), 1986.
- HEINEMANN, Z.E., BRAND, C. W. Gridging Techniques in Reservoir Simulation. *1st/2nd Stanford Univ. & Leoben Mining Univ. Reservoir Simulation Inf. Forum* (Alpbach, Austria, Sept/1998-Sept/1989), 1989.
- IMEX User's guide. Advanced Oil/Gas Reservoir Simulator Version 2000. Computer Modeling Group Ltd., Calgary, Canada, 2000.
- MALISKA, C.R., SILVA, A.F.C, CORDAZZO, J., MENDES, R., CEMIN Jr., A. Malhas Volumétricas para Simulação de Reservatórios de Petróleo, 4º Relatório, Projeto 6502077013. *Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor*, 2002.
- SALAZAR, Victor. Contato pessoal. Representante da CMG na América Latina, Venezuela, 2002.
- SAMMON, P.H. Calculation of Convective and Dispersive Flows for Complex Corner Point Grids. *Paper SPE 62929*, Computer Modelling Group Ltd., 2000.