II CREEM
CONGRESSO REGIONAL DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

21 A 25 DE AGOSTO 1995

DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE EDUCATIVO EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Modelagem matemática

Clóvis Evandro da Veiga
Carlos Henrique Prim
Marcus Vinicius Filgueiras dos Reis
SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - UFSC
Campus Universitário - CP 476 - Fone (048)2319562 - FAX23411519 - 88.040-900
Florianópolis - SC

Orientador : Prof. Dr. Clovis Raimundo Maliska

SUMÁRIO

A solução numérica dos problemas de transferência de calor é obtida neste trabalho usando-se o método dos volumes finitos. O conjunto de problemas estudado é o que abrange a transferência de calor por condução. De particular interesse nesse trabalho é a determinação do coeficiente de condutibilidade térmica na interface de dois materiais diferentes. O estudo é realizado com o intuito de auxiliar os professores dessa área que, com esse software, terão um novo recurso didático para transpor obstáculos impostos pela dificuldade de demonstrações práticas nessa área.

1. INTRODUÇÃO

As instituições de ensino no Brasil já estão, a medida do possivel, integrando-se as novas tecnologias. Hoje já é comum encontrar escolas utilizando-se de microcomputadores para transmitir os conhecimentos aos alunos.

Esse trabalho está sendo desenvolvido para ampliar as condicões de aprendizagem dos alunos na área de transferência de calor. O intuito é auxiliar os professores nessa área, visto que, são grandes as dificuldades de desenvolvimento de aulas práticas nessa área.

O trabalho baseia-se na confecção de um solver que possibilite a resolução de problemas de transferência de calor, em primeira etapa, por condução. Com a utilização de recursos computacionais, os alunos tem a possibilidade de verem os resultados dos problemas, de um modo prático e de fácil assimilação.

Para a obtenção de um solver para as equações que regem o fenômeno de transferência de calor é preciso que as mesmas sejam discretizadas. Nesse trabalho utilizou-se o método dos volumes finitos para a obtenção das equações discretizadas. A discretização das equações nos permite obter um sistema linear, o qual, nesse caso, foi resolvido utilizando-se o método iterativo ADI (Alternated Direction Implicit), que resolve alternadamente cada direção coordenada do problema.

2. FORMULAÇÃO DOS PROBLEMAS

O problema de interesse deste trabalho é o de transferência de calor por condução. Adotando a hipótese simplificativa de que o problema se restringe ao domínio de solução bidimensional as equações governantes do problema são:
Equação da Energia

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho T\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{c_p}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k}{c_p}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \dot{q} \tag{2.1}$$

Equação de Calor

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{2.2}$$

A Eq.(2.2) é utilizada para determinar as linhas de calor, permitindo uma melhor interpretação e visualização dos resultado.

Na Eq.(2.1), o termo ρ (kg/m^3) é a densidade do material, k (W/m k) é a condutividade térmica, c_p (J/kg .K) é o calor específico a pressão constante e q é o calor gerado.

3. DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES COM VOLUME FINITOS

A discretização das equacões, utilizando-se o método dos volumes finitos, consiste na integração das mesmas sobre o volume de controle. Esse volume de controle é gerado através da utilização de malhas sobre o domínio de cálculo, como pode ser vizualido na Fig. 3.1.

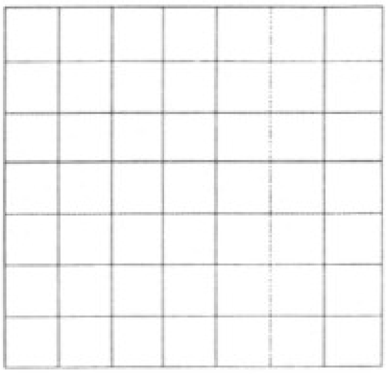

Fig. 3.1 Malha para discretização

Efetuando-se a integração das equações (2.1) e (2.2) sobre um volume de controle elementar P, mostrado na Fig 3.2, tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t}\int_{x_w}^{x_e}\int_{y_s}^{y_n} \rho \frac{\partial T}{\partial t}\, dy\, dx\, dt = \int_t^{t+\Delta t}\int_{x_w}^{x_e}\int_{y_s}^{y_n}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{c_p}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k}{c_p}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \dot{q}\right] dy\, dx\, dt \qquad (3.1)$$

considerando-se $\Delta x_e = \Delta x_w$ e $\Delta y_n = \Delta y_s$ a integração da Eq. (3.1) resulta na equação discretizada que será implementada para o cálculo do campo de temperaturas.

A integração da Eq. (3.1) resulta:

$$\frac{M_p c_p}{\Delta t}\left(T_p - T_p^{\,0}\right) = \left[\frac{T_E - T_P}{\Delta x} + \frac{T_W - T_P}{\Delta x}\right]\Delta y k + \left[\frac{T_N - T_P}{\Delta y} + \frac{T_S - T_P}{\Delta y}\right]\Delta x k + \dot{q}\Delta v \qquad (3.2)$$

onde $M_P = \rho_P \Delta x \Delta y$ e $\Delta v = \Delta x \Delta y$, e a discretização foi baseada no volume P como pode ser conferido na Fig. 3.2.

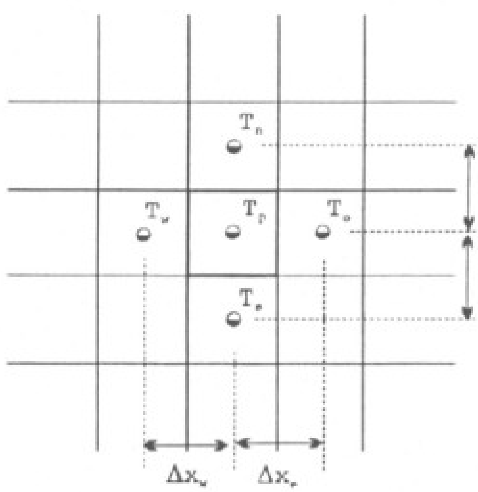

Fig. 3.2 Volume de controle elementar P utilizado para discretização da Eq.(2.1).

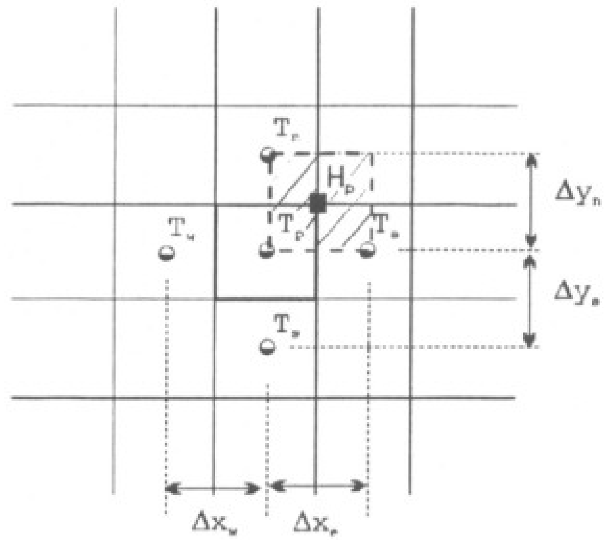

Fig.3.3 Volume elementar P utilizado na discretização da Equação de calor

A discretização da Equação de calor (2.2) segue o mesmo processo que foi utilizado para a discretização da Equação da energia (2.1), diferindo na posição do volume de controle na malha da temperatura. A Equação de calor é avaliada nos cantos do volume elementar utilizado no cálculo do campo de temperatura. Essa modificação pode ser visualizada na Fig. 3.3.

Considerando-se $\Delta x_e = \Delta x_w$ e $\Delta y_n = \Delta y_s$, temos:

$$\begin{aligned} H_E + H_W + H_N + H_S - 4H_P = {} & k_e\left(T_n - T_s\right)_e - k_w\left(T_n - T_s\right) - \\ & \left[k_n\left(T_e - T_w\right)_n - k_s\left(T_e - T_w\right)_s\right] \end{aligned} \qquad (3.3)$$

4. ESQUEMA NUMÉRICO DE SOLUÇÃO

Obtidas as equações discretizadas, conforme ítem anterior, os sistemas lineares de equações devem agora ser resolvidos. O método utilizado neste trabalho é o ADI (Alternated Direction Implicit), que consiste em resolver alternadamente cada direção coordenada do problema. Isto é, resolve-se a direção x e depois a y; repete-se novamente o processo até a convergência.

A sequência de cálculo para a solução do problema é dada a seguir:

1) Arbitrar os campos iniciais de temperatura do domínio;
2) Fornecer as condições de contorno para as variáveis dependentes;
3) Calcular os coeficientes para Equação da energia;
4) Calcular o campo de temperatura resolvendo a Equação da energia;
5) Retornar ao ítem (3) até a convergência ser obtida;
6) Arbitrar os campos iniciais para a função de calor;
7) Calcular os coeficientes para Equação de calor;
8) Calcular o campo da função de calor resolvendo a Equação de calor;
9) Retornar ao ítem (7) até a convergência ser obtida.

5. RESULTADOS

Tendo-se, até aqui, apresentado toda a metodologia utilizada, passa-se agora para a apresentação de alguns resultados obtidos no estudo de transferência de calor em uma placa.

Na Fig.5.1 temos isolinhas de temperatura na qual a chapa foi mantida a 100°C nas faces superior e inferior e 0°C nas outras faces.

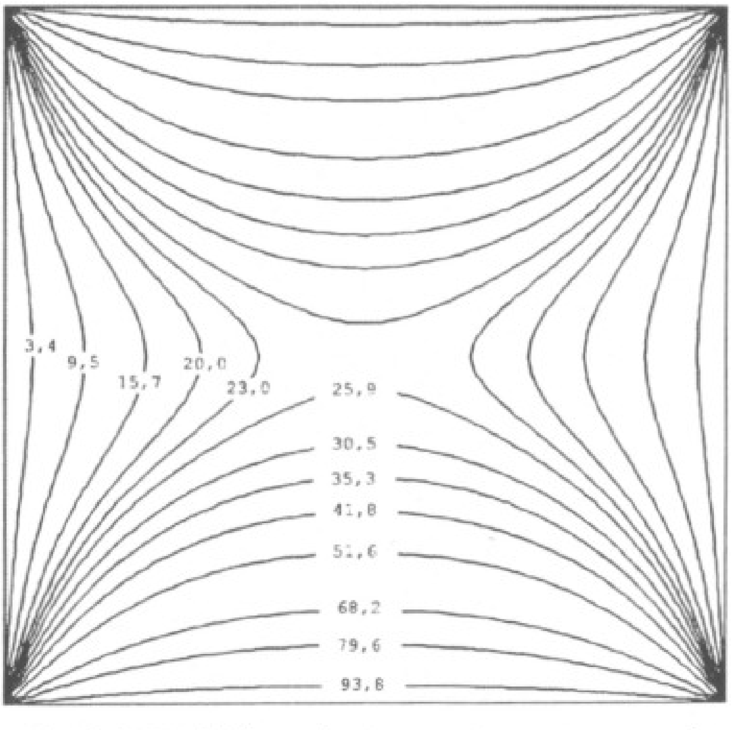

Fig.5.1 Isolinhas de temperatura para a placa com temperatura prescrita nas faces.

6. CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi o de apresentar a descrição da elaboração de um software educativo em transferência de calor. Este software irá proporcionar um novo instrumento didático na resolução de exercícios de transferência de calor.

Foi apresentado os métodos utilizados para a discretização das equações, bem como o solver para resolver o sistema linear de equações.

As próximas metas, com relação ao software, será a implementação de novas condições de contorno, ampliando a gama de exercícioís possíveis de serem resolvidos.

7. REFERÊNCIAS

[1] PATANKAR, S.V.,*"Numerical Heat Transfer and Fluid Flow"*, Hemisphere Publishing, 1980.

[2] MALISKA, C. R., *"Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional - Coordenadas Generalizadas"*, Apostila, EMC-UFSC, Florianópolis, 1994

[3] INCROPERA, F. P., *"Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa"*, Guanabara-Koogan, 1992.

[4] POLINA, S., *"Previsão Numérica da Convecção Natural Laminar em Cavidades Hexagonais"*, Dissertação de mestrado, EMC-UFSC, Florianópolis, 1988.