

DESENVOLVIMENTO DE ESCOAMENTO TURBULENTO ESPIRALADO EM UM DUTO RETANGULAR COM GRANDE RAZÃO DE ASPECTO

A. C. R. Nogueira
Dep. Eng. Mecânica
UFSC
88049 Florianópolis, SC - BR

A. O. Niecele
Dep. Eng. Mecânica
PUC/RJ
22453 Rio de Janeiro, RJ - BR

SUMÁRIO

Simulação numérica do desenvolvimento do escoamento turbulento em um duto retangular com grande razão de aspecto pelo método de volumes finitos. O problema é modelado matematicamente pela equação tridimensional turbulenta de Navier-Stokes, incorporando o modelo turbulento de duas equações $\kappa - \epsilon$. Devido ao caráter parabólico do escoamento, a solução é obtida por um processo de marcha, através da solução de uma sucessão de problemas bidimensionais. Investigou-se o efeito do número de Reynolds e intensidade de espiralamento no escoamento. Para todos os casos estudados, o decaimento do espiralamento foi relativamente rápido. A queda de pressão obtida foi comparada com resultados experimentais, apresentando boa concordância.

INTRODUÇÃO

Pesquisadores acadêmicos e industriais têm empreendido esforços, no intuito de se conseguir aumentos no coeficiente de troca de calor e massa em equipamentos térmicos e reatores. Neste sentido, estudos têm sido desenvolvidos na criação e análise de dispositivos que possam promover tal incremento nos coeficientes de transferência. Entre tais dispositivos se destacam as aletas, os indutores de escoamentos secundários e os promotores de turbulência.

Uma das áreas que tem recebido bastante atenção na literatura está relacionada com os "escoamentos espiralados". Neste tipo de escoamento, uma componente tangencial é induzida, com o intuito de promover maior mistura do escoamento e aumentar significativamente os coeficientes de troca de calor ou massa.

Após consultar uma bibliografia bastante extensa, constando da mesma a excelente revisão bibliográfica efetuada por Lilley (1977), bem como os sumários dos periódicos mensais remissivos da "Applied Mechanics Review" desde 1974, verificou-se (Nogueira, 1991) que praticamente inexistem estudos de interação de dois escoamentos espiralados. Visando preencher esta lacuna na literatura, este trabalho apresenta os resultados da simulação numérica, pelo método de volumes finitos, do decaimento e interação de pares de escoamentos turbulentos espiralados adjacentes, girando em sentidos contrários.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Caracterização do Escoamento. O problema sob análise consiste no desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento turbulento, de um fluido incompressível, em um duto retangular de grande razão de aspecto. A condição de entrada do escoamento é dada por cinco pares de escoamentos espiralados adjacentes, especificados pelas componentes tangenciais de velocidade, girando em sentidos contrários, com componente axial na forma de perfil turbulento desenvolvido (lei da potência 1/7). Devido às condições de simetria, somente é necessário resolver o problema em meio domínio, o qual é ilustrado na Figura 1.

Como o escoamento possui uma direção preferencial e não há obstáculos à jusante, o mesmo pode ser caracterizado como sendo do tipo parabólico (Nogueira, 1991). Esta hipótese permite desacoplar o gradiente de pressão reinante no plano transversal do gradiente de pressão axial, além de permitir desprezar todos os termos difusivos na direção principal do escoamento. Vale observar que a hipótese de escoamento parabólico não permite ao modelo prever recirculações na direção axial.

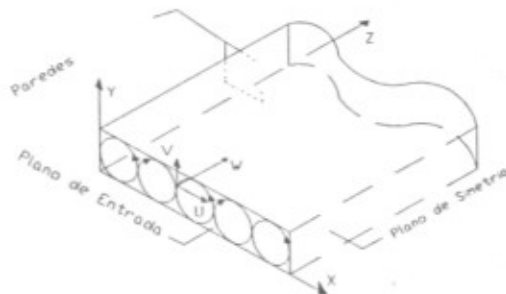


Figura 1. Domínio Computacional

Apesar da característica helicoidal no plano transversal à direção predominante, o escoamento se dá em um duto retangular, como mostrado na Fig. 1. Assim sendo, elege-se-á como sistema de coordenadas para mapeamento do volume de controle, o sistema de coordenadas cartesiano, com o eixo z coincidente com a direção principal do escoamento, sendo que os outros dois eixos, delimitam sua seção transversal. O eixo z está orientado na direção horizontal e o eixo y na vertical. Associado a este sistema de coordenadas estão a componente de velocidade axial, w, a componente de velocidade horizontal u e a componente de velocidade vertical v, respectivamente.

Equações de Conservação. A solução numérica do problema pode ser obtida, resolvendo-se o conjunto de equações de conservação médias no tempo que governam o escoamento, isto é, equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear, juntamente com as condições de contorno apropriadas. O tratamento dos termos correspondentes aos fluxos turbulentos exigem a utilização de um modelo de turbulência. Os resultados deste trabalho foram obtidos utilizando-se o modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$.

Uma adimensionalização apropriada para o problema é:

$$\begin{aligned} U &= u/\bar{w} & , & & V &= v/\bar{w} & , & & W &= w/\bar{w} \\ X &= x/D_h & , & & Y &= y/D_h & , & & Z &= z/D_h \\ K &= \kappa/\bar{w}^2 & , & & E &= \epsilon D_h/\bar{w}^3 & , & & P &= p^*/(\rho\bar{w}^2) \end{aligned} \quad (1)$$

onde $D_h = 2L/(L/D+1)$ é o diâmetro hidráulico, sendo que L corresponde a largura do duto e D é a altura. \bar{w} a velocidade axial média na entrada, dada por $\bar{w} = \dot{m}/(\rho LD)$, sendo \dot{m} a vazão em massa do ar e ρ é a densidade. κ é a energia cinética turbulenta, ϵ sua taxa de dissipação e p^* é a pressão modificada definida como $p^* = \bar{p}(z) + p(x, y) + 2/3(\mu_t \text{div } \bar{u} + \rho\kappa)$, onde $\bar{p} + p$ é a pressão termodinâmica.

As equações de conservação são:

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\text{div}(\vec{V}\vec{V}) = -\text{grad} P + \text{div} \left[\mu^* [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \right] \quad (3)$$

$$\text{div}(\vec{V}K) = \text{div} \left[\frac{\mu^*}{\sigma_\kappa} \text{grad} K \right] + G - E \quad (4)$$

$$\text{div}(\vec{V}E) = \text{div} \left[\frac{\mu^*}{\sigma_\epsilon} \text{grad} E \right] + \frac{E}{K} [c_1 G - c_2 E] \quad (5)$$

$$G = \mu^* [\text{grad} \vec{V} + (\text{grad} \vec{V})^T] \cdot \text{grad} \vec{V} \quad (6)$$

$$Re = \rho \bar{w} D_h / \mu \quad , \quad \mu^* = \mu_t / (\mu Re) = (c_\mu K^2 / E) \quad (7)$$

De acordo com recomendação de Launder e Spalding (1974), utilizou-se as seguintes constantes: $\sigma_\kappa=1,00$; $\sigma_\epsilon=1,30$; $c_\mu=0,09$; $c_1=1,44$ e $c_2=1,92$.

Condições de Contorno. No plano de entrada, como pode ser visto na Fig. 1, o escoamento é composto por cinco pares adjacentes de escoamentos espiralados girando em sentidos contrários, resultantes da combinação de componentes axial e tangencial, onde o componente tangencial é formado pelos componentes horizontal e vertical. A componente tangencial do escoamento espiralado é obtida utilizando-se a equação apresentada abaixo, a qual foi ajustada por Kreith e Sonju (1965), a partir dos dados experimentais obtidos por Smithberg e Landis (1964).

$$v_\theta = \left(\frac{P}{D} \right)^{-1} \left[6,3R - 0,01316(1,1 - R)^{-2,68} \right] \quad (8)$$

onde P é o passo das fitas torcidas utilizadas no procedimento experimental e D é o diâmetro das mesmas, que por sua vez, coincide com o diâmetro dos tubos geradores do escoamento espiralado, utilizados na bancada experimental. P/D é a relação de passo adimensional das fitas torcidas, R é a coordenada radial adimensionalizada, $r/(D/2)$, correspondente a cada tubo. A velocidade tangencial obtida por meio da equação (8) é então decomposta nas componentes cartesianas $u = v_\theta \cos \theta$ e $v = v_\theta \sin \theta$, onde R e θ podem ser definidos em função das coordenadas cartesianas x e y , através de relações geométricas.

A componente axial na entrada é aquela correspondente ao perfil de um escoamento turbulento desenvolvido em um tubo,

$$W = 0,156(L/D)[1 - R]^{1/7} \quad (9)$$

Nos intervalos formados entre os tubos geradores do escoamento espiralado e a seção de teste, prescreveu-se velocidade nula para os três componentes da velocidade. O valor κ em $z = 0$ foi tomado como uma percentagem da energia cinética da seção de entrada. Esta percentagem é a intensidade de turbulência α na entrada, a qual foi considerada como sendo igual a 1%. O valor correspondente de ϵ pode ser obtido assumindo que o comprimento de mistura na entrada é proporcional ao tamanho do jato na entrada ($l = \beta D_h$), onde β foi considerado como sendo igual a 4%, logo

$$K = 0,5 \alpha \quad , \quad E = c_\mu^{3/4} K^{3/2} / (0,4 l / D_h) \quad (10)$$

O modelo $\kappa - \epsilon$ deve ser utilizado apenas no núcleo turbulento do escoamento onde a viscosidade turbulenta é muito maior que a viscosidade absoluta. Em regiões próximas aos contornos rígidos, Patankar e Spalding (1970), sugerem que se utilize a "lei da parede". Neste método, o primeiro ponto nodal P , próximo à parede, é interligado com a parede através do perfil logarítmico de velocidade, dado por

$$u_P / \sqrt{\tau_w / \rho} = 2,5 \ln(9\xi_P^+) \quad , \quad \xi_P^+ = (\rho/\mu)\xi\sqrt{\tau_w/\rho} \quad (11)$$

onde u_P é o componente de velocidade paralela à parede no ponto P , τ_w é a tensão cizalhante junto à parede e ξ_P^+ é a distância adimensional do ponto P até a parede.

Assumindo-se que a dissipação e geração de energia cinética estão em equilíbrio na região próxima à parede e que a tensão cizalhante é aproximadamente constante, tem-se

$$\tau_w = c_\mu^{1/2} \rho \kappa \quad , \quad (\partial\kappa/\partial\xi) = 0 \quad e \quad \epsilon = c_\mu^{3/4} \kappa^{3/2} / (0,4\xi) \quad (12)$$

Foi utilizada a propriedade do escoamento apresentar um plano de simetria, sendo a parede lateral esquerda definida pelo referido plano.

Tendo-se em mente a condição de escoamento parabólico, não é necessário definir condições de contorno para a seção de saída.

De acordo com as equações de conservação e condições de contorno, observa-se que o presente problema é governado pelos seguintes parâmetros: Re , P/D , L/D .

MÉTODO NUMÉRICO

Utilizou-se o método de diferenças finitas com formulação em volumes de controle (volumes finitos) proposto por Patankar (1980), com esquema de interpolação "Power - Law" e integração totalmente implícita na direção parabólica. Devido a natureza parabólica do escoamento, a solução é obtida por um processo de marcha ao longo da direção axial, através da solução de uma sucessão de planos bidimensionais. O acoplamento entre as velocidades transversais e o campo de pressões foi resolvido utilizando-se o algoritmo SIMPLER (Patankar, 1980), enquanto que o acoplamento da pressão-velocidade na direção parabólica foi tratado utilizando-se também um método análogo ao SIMPLER (Patankar e Spalding, 1972). O sistema algébrico foi resolvido utilizando-se a TDMA linha por linha, com correção por blocos (Patankar, 1980).

Após um teste de malha, selecionou-se malha não uniforme no plano transversal com aproximadamente 67×15 pontos nodais para todos os casos analisados. Concentrou-se a malha próximo ao contorno sólido, onde os gradientes são mais acentados. Na direção axial também foi utilizada uma malha não uniforme, com passo Δz crescente ao longo da direção axial. Em geral 260 passos forma suficientes para percorrer toda a seção de testes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

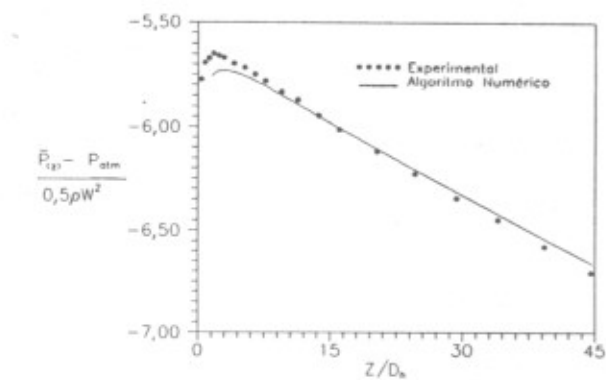
No presente trabalho, a razão de aspecto do duto foi mantida constante e igual a 10, enquanto que três valores diferentes de número de Reynolds Re e passo adimensional P/D foram investigados: $Re = 1 \times 10^4$, 2×10^4 e 3×10^4 ; $P/D = 4,4$, $10,3$ e $22,0$. A influência destes parâmetros no escoamento foi investigada através da análise dos campos de velocidade transversal e axial.

Visando qualificar o modelo descrito, comparou-se os resultados obtidos para queda de pressão axial com os valores medidos experimentalmente por Nogueira, 1991.

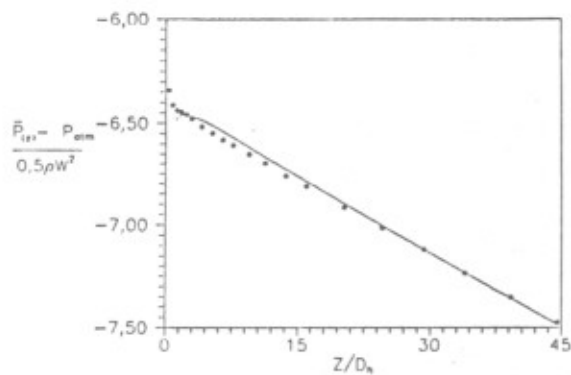
Comparação com Resultados Experimentais. A Figura 2(a) apresenta a variação axial da pressão média para o escoamento espiralado para a relação de passo $P/D = 22,0$ e $Re = 3 \times 10^4$. Pode-se observar da figura uma perda de carga considerável na seção geradora do escoamento espiralado, bem como uma recuperação de pressão na entrada decorrente da expansão abrupta após aquela seção, indicando reversão do escoamento. Note que o presente modelo não é capaz de prever esta recuperação devido ao caráter parabólico do mesmo. Observe que para $z/D_h > 1,5$ os resultados foram bastante razoáveis, com erros sempre inferiores a 2%.

A Figura 2(b) apresenta o perfil de pressão axial para $Re = 3 \times 10^4$ e média intensidade de escoamento espiralado, $P/D = 10,3$. Neste caso, devido a uma maior dissipação entre os pares de vórtices, observa-se uma queda de pressão adicional na região de entrada. Novamente, pode-se afirmar a existência de uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

A concordância na inclinação da linha de pressão na região desenvolvida atesta a correta implementação do algoritmo, com erros inferiores a 3% para todos os casos analisados.



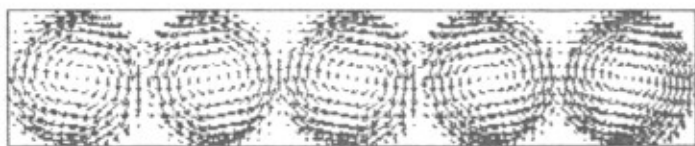
(a) $Re = 3 \times 10^4$ e $P/D = 22,0$



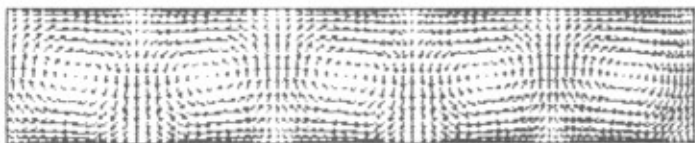
(b) $Re = 3 \times 10^4$ e $P/D = 10,3$

Figura 2. Desenvolvimento Axial da Pressão Média

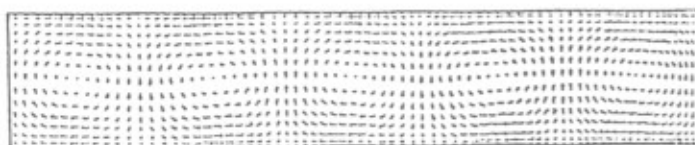
Velocidades Transversais no Plano Elíptico. As Figuras 3, 4 e 5 apresentam as características de decaimento do escoamento espiralado para posições axiais referentes à seção de entrada ($z/D_h = 0,0$), $z/D_h = 1,1$ e $2,5$. Nas figuras, as velocidades apresentadas são obtidas pela composição vetorial dos componentes de velocidades transversais, U e V . As Figuras 3 e 4 correspondem a $Re = 3 \times 10^4$ e relação de passo adimensional igual a $P/D = 4,4$ e $P/D = 10,3$, respectivamente. A Figura 5 apresenta o escoamento transversal para $Re = 2 \times 10^4$ e $P/D = 4,4$. Observa-se das figuras que o decaimento é muito intenso entre a seção de entrada e a seção transversal posicionada em $z/D_h = 1,1$. Pode-se observar ainda que a dissipação é mais acentuada próximo da parede superior e inferior, onde o componente de velocidade transversal U muda de sinal para cada dois jatos espiralados



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

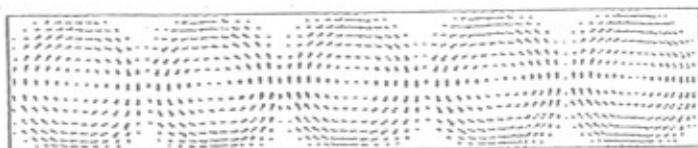


(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

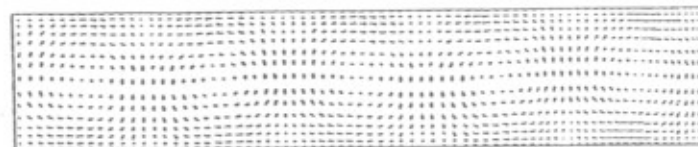


(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

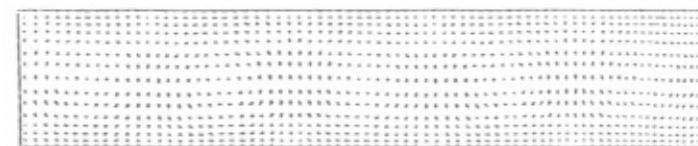
Figura 3. Desenvolvimento das Velocidades Transversais



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

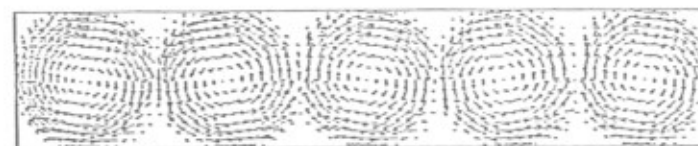


(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

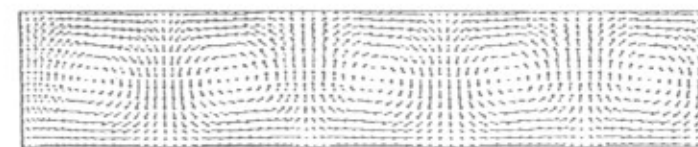


(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 3 \times 10^4$, $P/D = 10,3$

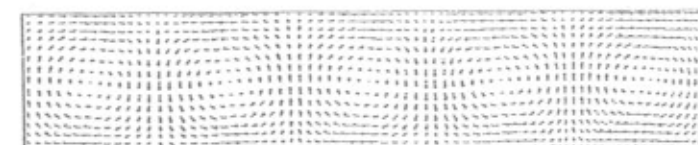
Figura 4. Desenvolvimento das Velocidades Transversais



(a) $Z/D_h = 0,0$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$



(b) $Z/D_h = 1,1$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$



(c) $Z/D_h = 2,5$, $Re = 2 \times 10^4$, $P/D = 4,4$

Figura 5. Desenvolvimento das Velocidades Transversais

adjacentes. À medida que se adentra no núcleo dos jatos a intensidade do decaimento diminui sensivelmente, uma vez que nestas posições a troca de quantidade de movimento entre um jato e outro se faz exclusivamente por difusão de quantidade de movimento. Para a coordenada $z/D_h = 2,5$, é possível observar a presença dos vórtices, porém com uma intensidade bem reduzida.

Comparando-se as Fig. 3 e 4, nota-se que o decaimento dos pares de vórtices para diferentes passos adimensionais são análogos, porém com o aumento de P/D , a intensidade do escoamento espiralado é menor, e o decaimento é mais rápido.

O efeito da diminuição do número de Reynolds pode ser observado comparando-se as Figuras 3 e 5. O escoamento em ambas as figuras é bastante semelhante, com uma pequena diminuição na intensidade adimensional do escoamento espiralado para $Re = 2 \times 10^4$, em relação a $Re = 3 \times 10^4$. Vale ressaltar que dimensionalmente há uma significativa redução nas velocidades, pois a velocidade média diminui quando Re diminui.

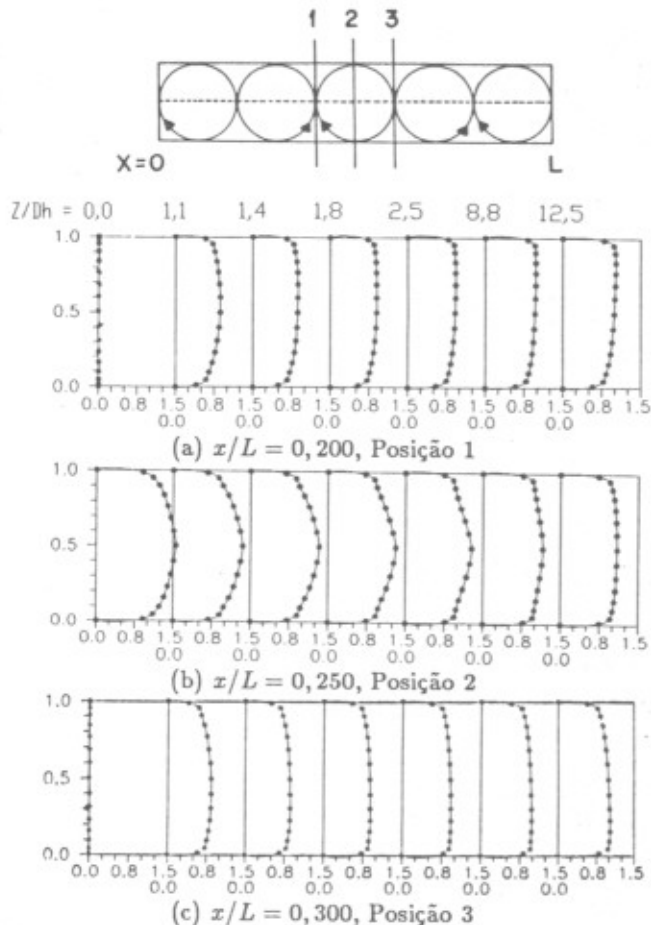


Figura 6. Desenvolvimento dos Perfis de Velocidade Axial

Perfis de Velocidade Axial. A Figura 6 apresenta a distribuição do componente axial de velocidade na seção transversal, entre as superfícies superior e inferior, para diversas posições axiais (z/D_h), em diferentes coordenadas horizontais x/L , para os parâmetros adimensionais $P/D = 4,4$, $Re = 3 \times 10^4$. No topo da Figura 6 é apresentado um croqui indicando a localização das coordenadas x/L selecionadas para apresentação: $x/L = 0,200$; $x/L = 0,250$ e $x/L = 0,300$.

Pode-se observar da Fig. 6(b) que para a posição $x/L = 0,250$, correspondente ao plano diametral do tubo, o perfil no início do desenvolvimento torna-se pontiagudo devido à difusão dos componentes U e V , tendendo à forma característica achatada do escoamento turbulento à medida que se desenvolve. A Figura 6(a) e 6(c) apresentam os perfis de velocidade axial para as posições $x/L = 0,200$ e $x/L = 0,300$, correspondentes ao ponto de tangência entre dois jatos espiralados, com sentido do escoamento tangencial ascendente em 6(a) e descendente em 6(c). Pode-se observar que os perfis de velocidade imediatamente após a seção de entrada não são simétricos em relação à linha de centro horizontal do duto retangular. Tal fato é justificado devido ao fato do componente V atuar no sentido de transferir massa para a parede horizontal superior em 6(a) e inferior em 6(c). Isto faz com que o componente W diminua de modo a satisfazer a equação da continuidade. Note que os perfis de velocidade nas coordenadas $x/L = 0,200$ e $x/L = 0,300$ apresentam simetria invertida em relação à linha de centro horizontal do duto retangular, coerente com a mudança no sentido de rotação dos vórtices.

O perfil de velocidade axial não é fortemente afetado pela variação do número de Reynolds e passo adimensional, apresentando resultados qualitativamente semelhantes.

CONCLUSÕES

Analisou-se numericamente o decaimento do escoamento turbulento espiralado formado por pares de vórtices em dutos de grande razão de aspecto. Observou-se que para todos os

números de Reynolds e passos adimensionais analisados, o escoamento é qualitativamente semelhante, apresentando um decaimento quase total para uma coordenada axial igual a $z/D_h = 10$. A presença dos vórtices induzem um aumento da velocidade axial próximo as paredes do duto para as quais os vórtices estão direcionados.

A solução numérica apresentada permite complementar os resultados experimentais obtidos por Nogueira (1991), possibilitando ainda um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos.

AGRADECIMENTOS

O autor A. O. Nieckele agradece o suporte financeiro da SCT (Secretaria de Ciência e Tecnologia da Presidência da República).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Kreith, F. e Sonju, O. K., "The Decay of Turbulent Swirl in a Pipe," *Journal Fluid Mechanics*, vol. 22, pp. 257-271, 1965.
- Lauder, B. E. e Spalding, D. B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Lilley, D. G. "Swirl Flows in Combustion: A Review", *AIAA Journal*, vol. 15, pp. 1063-1078, 1977.
- Nogueira, A. C. R., "Transferência de Calor para Escoamento Espiralado, Turbulento, em Dutos Retangulares," *Tese de Doutorado, Depto. Eng. Mecânica PUC/RJ*, Rio de Janeiro, 1991.
- Patankar, S. V. e Spalding, D. B. "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers - A General Calculation Procedure", *Intertext Books*, London, 1970.
- Patankar, S. V. e Spalding D. B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.
- Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* McGraw-Hill Hemisphere Publication, New York, 1980.
- Smithberg, E. e Landis, F., "Friction and Forced Convection Heat Transfer Characteristics in Tubes with Twisted Tape Swirl Generators," *Journal Heat Transfer*, vol. 1, pp. 39-49, 1964.

ABSTRACT

Numerical simulation of the developing turbulent swirling flow in a rectangular duct of large aspect ratio is obtained by the finite volume method. The problem is mathematically modeled by the three dimensional time average Navier Stokes equation, incorporating the $\kappa - \epsilon$ turbulence two equation model. The solution is obtained by a two dimensional marching procedure due to the parabolic nature of the flow. The effect of the Reynolds number and swirl intensity in the flow field is investigated. The swirling flow rapidly decays along the duct for all cases studied. The pressure drop obtained is compared with experimental results presenting very good agreement.