

PREVISÃO NUMÉRICA DA DESCARGA DE JATOS EM ATMOSFERA UNIFORME
CONSIDERANDO UM MODELO DE TURBULÊNCIA ALGÉBRICO

por

Dihlmann, A., Maliska, C.R. & Silva, A.F.C.

RESUMO -- O comportamento térmico e hidrodinâmico de jatos axissimétricos descarregados em atmosfera uniforme recebe, neste trabalho, uma modelação numérica incluindo uma metodologia algébrica simplificada para a simulação de escoamentos turbulentos. O domínio é dividido em duas regiões, onde a contribuição da parcela de viscosidade turbulenta é calculada diferentemente. Finalmente serão comparadas as soluções obtidas através do presente modelo com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura, para números de Froude variando de 1 a 1000.

Introdução

Descargas de jatos na atmosfera constituem-se num tópico de importantes estudos na atualidade. Este grande interesse deve-se à preocupação natural da humanidade com os efeitos destas descargas, que comumente resultam em poluição ambiental. A minimização do impacto causado por estas emissões requer o conhecimento de como estes poluentes se dispersam.

Uma previsão realista de fenômenos de poluição pode ser obtida por diversas maneiras. Através da implementação de modelos numéricos coerentes, por exemplo, que considerem as equações governantes envolvidas e fatores de real importância física, é perfeitamente possível a obtenção de resultados satisfatórios. Neste aspecto, inclui-se a consideração de efeitos turbulentos, uma vez que estes fenômenos são, na maioria das vezes, turbulentos.

Nomenclatura

C_p = calor específico à pressão constante
 D_0 = diâmetro do jato na descarga
 Fr_0 = Número de Froude na descarga
 g = aceleração da gravidade
 k = condutibilidade térmica
 Pr = Número de Prandtl
 q = fluxo de calor incluindo aquele devido à contribuição turbulenta
 T = temperatura
 u = componente da velocidade na direção radial
 v = componente da velocidade na direção axial
 $y_{1/2}$ = distância radial da linha de simetria até o ponto em que $(u - u_c)/(u_c - u_a) = 0,5$ para uma determinada altura

Z = altura sobre o eixo de simetria
 α = difusibilidade térmica
 β = coeficiente de expansão térmica
 δ = largura da camada de mistura, conforme definida por Madni e Pletcher (1977)
 μ = viscosidade absoluta
 ν = viscosidade cinemática
 ρ = massa específica

Subscritos

c = avaliado sobre a linha de simetria
 $1/2$ = avaliado no meio-raio da velocidade
 0 = avaliado na altura de descarga
 ∞ = valor no ambiente

Num trabalho anterior, Dihlmann, Maliska e Silva (1989) haviam proposto uma metodologia para a simulação de descargas bidimensionais em ambiente uniforme, para escoamentos laminares. No presente trabalho objetiva-se apresentar um modelo para a solução de problemas de transferência de calor e mecânica dos fluidos, também em jatos axissimétricos, mas considerando o escoamento turbulento, através do emprego de um modelo algébrico simples. A previsão dos efeitos causados pela presença de substâncias poluentes no escoamento pode ser considerada através da analogia existente entre os campos de temperatura e concentração.

Metodologia Numérica

O conjunto de equações governantes para o fenômeno físico em questão, escritos no sistema de coordenadas cilíndricas, para um fluido incompressível, e considerando a aproximação de Boussinesq, é dado por

$$\frac{\partial}{\partial r} [\rho\phi] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\rho r u \phi] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v \phi] + P^* = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \Gamma^* \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma^* \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + S^* \quad (1)$$

onde as expressões para os parâmetros Γ^* , P^* e S^* são dados na tabela abaixo.

Tabela 1 - Expressões para Γ^* , P^* e S^* .

Equação	Massa	Q.M.(r)	Q.M.(y)	Energia
ϕ	1	u	v	T
Γ^*	0	μ	μ	k/C_p
S^*	0	0	$\rho g \beta (T - T_{ref})$	0
P^*	0	$\partial P / \partial r$	$\partial P / \partial y$	0

Observa-se que a equação da conservação da massa, por exemplo, é recuperada ao considerar-se $\phi = 1$, com as devidas expressões para os demais parâmetros.

A metodologia que se presta como referência para este trabalho foi inicialmente apresentada por Madni e Pletcher (1977a), utilizando um conjunto de equações parabólicas para a interpretação do fenômeno físico. Neste trabalho este modelo é melhorado através da utilização de um conjunto de equações elípticas, nas quais são implementados os procedimentos sugeridos pelos pesquisadores anteriormente citados, com o acréscimo da parcela de contribuição da viscosidade turbulenta μ_T nas equações da energia e do movimento na direção axial, mantendo-se as demais equações como definidas em (1).

Desta maneira, temos

$$\frac{\partial}{\partial r} [\rho v] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\rho r u v] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v w] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \tau] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial y} + S^* \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} [\rho T] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\rho r u T] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v T] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r}{C_p} q \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (3)$$

onde

$$\tau = (\mu + \mu_T) \frac{\partial v}{\partial r} \quad (4)$$

$$q = (k + k_T) \frac{\partial T}{\partial r} \quad (5)$$

Admitindo-se que as difusividades turbulentas para a quantidade de movimento e calor sejam relacionadas por

$$\alpha_T = \frac{\nu_T}{Pr_T} \quad (6)$$

a avaliação da condutividade turbulenta, k_T , pode ser feita por

$$k_T = \rho C_p \frac{\nu_T}{Pr_T} \quad (7)$$

onde Pr_T é o número de Prandtl turbulento, que neste caso assume o valor 0,7.

O cálculo da viscosidade turbulenta μ_T é baseado num modelo algébrico, no qual o domínio é dividido em duas partes, a saber: uma logo à saída da descarga, chamada região inicial; e outra a partir de uma determinada altura, definida pelo decréscimo da temperatura na linha de centro em relação àquela da saída, denominada região principal.

Para as regiões inicial e principal, a avaliação da viscosidade turbulenta é feita pelas seguintes relações, respectivamente

$$\nu_T = (0,007625)^2 \left| \frac{\partial v}{\partial r} \right| \quad (8)$$

$$\nu_T = 0,0344 y_{1/2} (v_{max} - v_{min}) \quad (9)$$

Maiores detalhes sobre a obtenção destas relações podem ser vistos em Madni e Pletcher (1977a) e (1977b).

Observe-se nesta oportunidade, que o valor da constante da equação (9) não é o mesmo da referência. Para a obtenção desta constante, foi executado um trabalho de otimização por tentativas, visando ajustar mais adequadamente os perfis numéricos àqueles obtidos experimentalmente. A necessidade de ajustar a constante da equação (9) decorreu de um melhor desempenho da equação (8) na região inicial, que serve como patamar para a região principal. Com esta alteração, obtiveram-se melhores resultados e evitou-se a brusca transição quando da mudança dos modelos de cálculo das duas regiões definidas anteriormente.

Com o objetivo de desenvolver uma metodologia versátil em termos de adaptação a geometrias quaisquer e facilitar a aplicação das condições de contorno, as equações (1) para a continuidade e conservação do movimento na direção radial, e as equações (2) e (3), foram submetidas a uma transformação para um sistema de coordenadas curvilíneas. Os procedimentos utilizados neste processo de transformação podem ser vistos em Dihlmann, Maliska e Silva (1989).

O método PRIME, conforme descrito em Maliska (1981), é utilizado para o acoplamento pressão-velocidade.

Resultados

Foram comparados resultados para diversas situações em ambiente uniforme. Como parâmetro adimensional, foi utilizado o número de Froude, variando de $Fr = 1$, quando os efeitos da flutuação são significativos, até $Fr = 1000$, quando estes efeitos são praticamente desprezáveis.

Para a validação dos resultados do presente trabalho, foram utilizados os perfis de velocidade e temperatura ao longo da linha de simetria, obtidos por Madni e Pletcher (1977a).

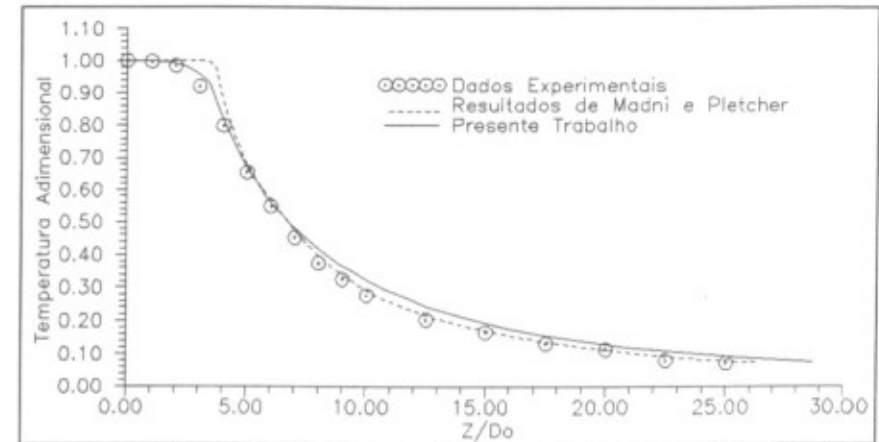


Figura 1 - Resultados experimentais e numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria para $Fr = 4$.

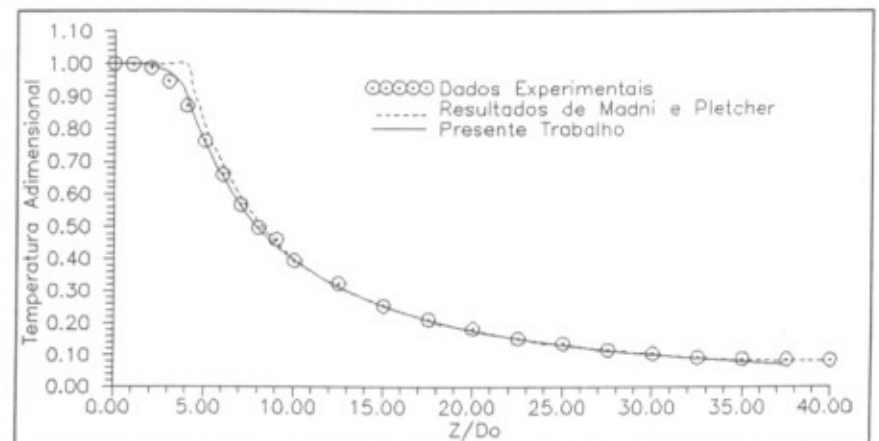


Figura 2 - Resultados experimentais e numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria para $Fr = 16$.

Na mesma referência citada anteriormente, encontram-se resultados para $Fr = 4$, $Fr = 16$ e $Fr = 64$, comparados com resultados experimentais de Pryputniewicz, para a temperatura ao longo da linha de simetria.

Para uma avaliação preliminar da presente metodologia, serão estes os resultados comparados e comentados com mais detalhes, visando concluir sobre a sua validade.

Como pode ser observado nas figuras 1, 2 e 3, as soluções do presente trabalho concordam muito bem com os resultados experimentais.

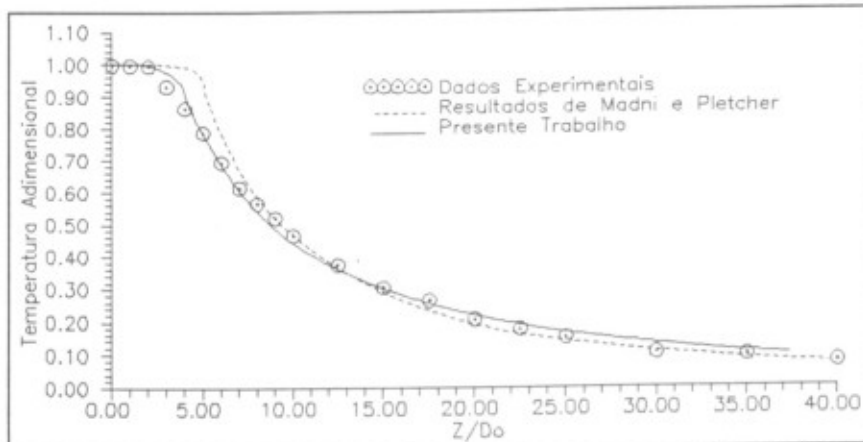


Figura 3 - Resultados experimentais e numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria, para $Fr = 64$.

Um problema importante constatado por Madni e Pletcher (1977a), é que o modelo proposto superestima os valores da temperatura na região inicial, fazendo com que a mesma não se altere por uma razoável distância ao longo do eixo de simetria. Por outro lado, este mesmo esquema de avaliação das viscosidades turbulentas, aplicado ao presente trabalho, estima mais realisticamente o decaimento da temperatura ao longo do eixo de simetria, além de apresentar uma transição mais suave entre as duas zonas distintas do domínio.

Na região principal as soluções podem ser consideradas equivalentes, uma vez que as diferenças encontradas são pequenas.

Numa segunda etapa de comparações, são apresentados resultados numéricos dos testes de Madni e Pletcher para $Fr = 1$, $Fr = 35$, $Fr = 52$, $Fr = 106$ e $Fr = 1000$. Além das soluções para a temperatura, serão também apresentados os valores da componente de velocidade axial sobre a linha de centro, aliás a única, uma vez que admitiu-se a hipótese de aissimetria.

As figuras de número 4 em diante apresentam outras comparações de resultados. Pode-se observar claramente o considerável efeito da flutuação para os casos em que o número de Froude é baixo. Em particular, para o caso em que $Fr = 1$, observando-se a figura 5, nota-se a brutal aceleração do fluido, sofrida logo após a descarga.

Nota-se também, neste caso, que a velocidade máxima e sua posição, estimadas pelo presente trabalho, coincidem bem com os resultados da referência. Uma discordância é observada na região principal do domínio, futuramente merecendo uma análise mais detalhada, uma vez que, analisando a figura 4, conclui-se que os perfis de temperatura são bastante similares, não atribuindo, aparentemente, aos efeitos de flutuação a disparidade encontrada na figura 5.

Deve-se observar, com base na análise feita sobre as figuras 1, 2 e 3 que, para números de Froude baixos, os resultados para a região inicial obtidos por Madni e Pletcher (1977a) estão mais próximos dos experimentais do que para Froudes mais altos. A presente metodologia, por outro lado, apresenta um comportamento mais uniforme dentro do espectro de números de Froude testados. Pode-se concluir, a partir desta constatação, que o modelo proposto neste trabalho apresenta um bom desempenho para situações onde os efeitos de flutuação são significativos e também quando estes são mais amenos.

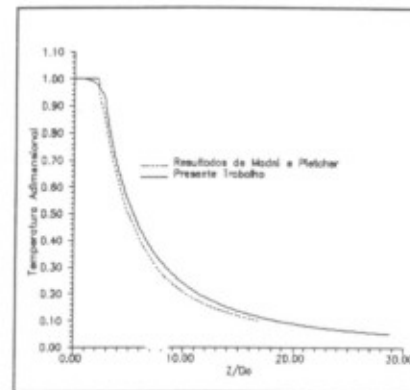


Figura 4 - Resultados numéricos para a temperatura ao longo do eixo de simetria, para $Fr = 1$.

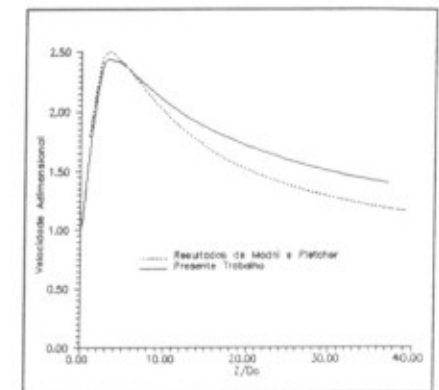


Figura 5 - Resultados numéricos para a velocidade ao longo do eixo de simetria, para $Fr = 1$.

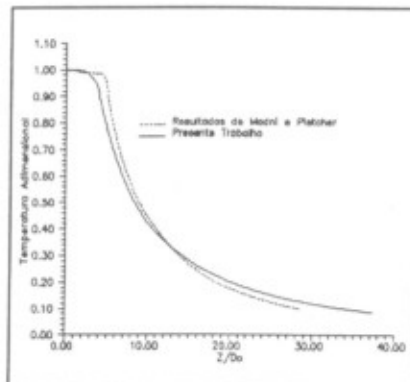


Figura 6 - Resultados numéricos para a temperatura ao longo do eixo de simetria, para $Fr = 35$.

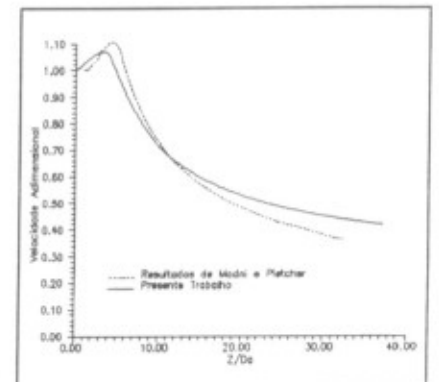


Figura 7 - Resultados numéricos para a velocidade ao longo do eixo de simetria, para $Fr = 35$.

A partir de $Fr = 35$ (figura 6) e para números de Froude maiores, nota-se sempre que o presente modelo apresenta perfis de temperatura decrescendo mais rapidamente que aqueles obtidos na referência. Conseqüentemente, sob influência de efeitos de flutuação abrangendo uma menor região, os perfis de velocidade iniciam seu declínio numa posição anterior. Observa-se ainda que a tendência de superestimar o perfil de velocidade, em relação aos resultados apresentados por Madni e Pletcher (1977a) continua existindo na região principal do domínio.

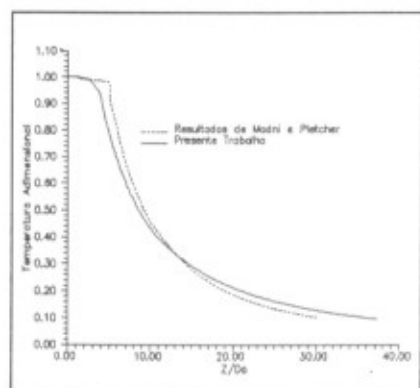


Figura 8 - Resultados numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria, para $Fr = 52$.

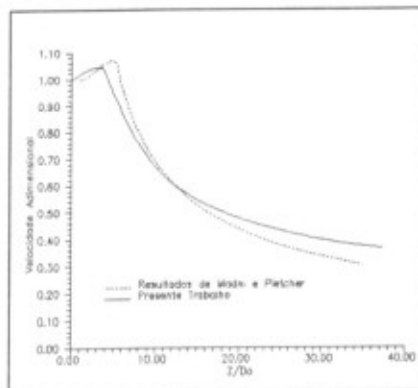


Figura 9 - Resultados numéricos para a velocidade ao longo da linha de simetria, para $Fr = 52$.

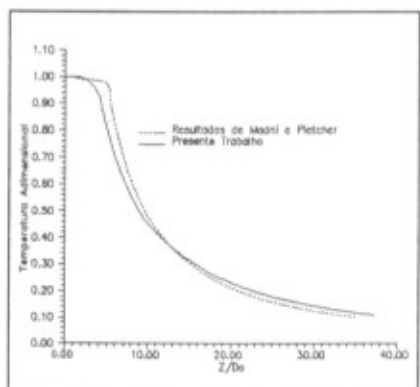


Figura 10 - Resultados numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria, para $Fr = 106$.

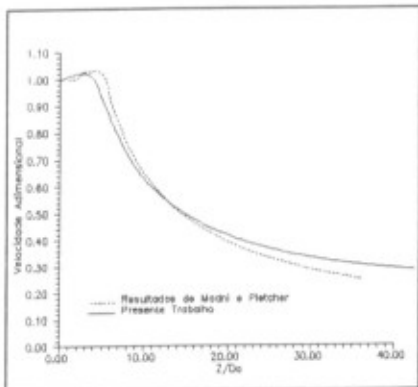


Figura 11 - Resultados numéricos para a velocidade ao longo da linha de simetria, para $Fr = 106$.

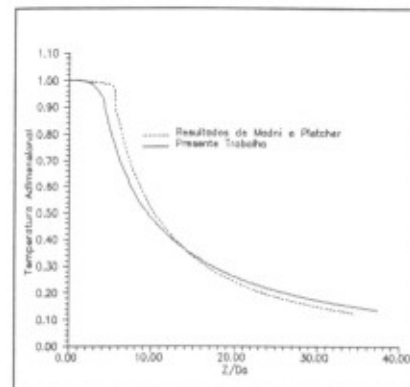


Figura 12 - Resultados numéricos para a temperatura ao longo da linha de simetria, para $Fr = 1000$.

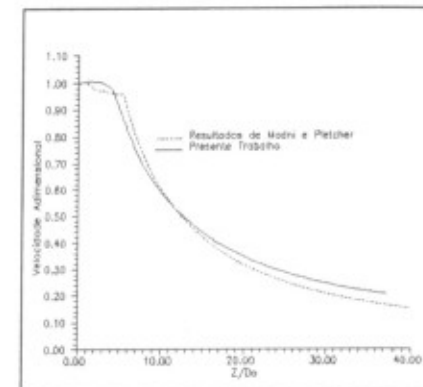


Figura 13 - Resultados numéricos para a velocidade ao longo da linha de simetria, para $Fr = 1000$.

CONCLUSÕES

Como foi observado nas comparações iniciais com resultados experimentais, o modelo elíptico proposto apresentou desempenho superior ao modelo parabólico proposto por Madni e Pletcher (1977a) para um grande espectro de números de Froude, na previsão do decaimento da temperatura ao longo da linha de simetria.

Para os perfis de velocidade, observou-se a existência de uma discrepância nos resultados para o escoamento na região principal. Neste caso, as soluções obtidas no presente trabalho apresentavam uma menor aceleração do fluido na região inicial, provavelmente devido aos menores efeitos de flutuação, provocados pelo decaimento mais abrupto do perfil de temperatura.

REFERÊNCIAS

- DIHLMANN, A., MALISKA, C.R. e SILVA, A.F.C., (1989), "Solução Numérica do Problema da Descarga de Jatos Poluentes em um Meio Estratificado", 10^o COBEM, pg. 101-104.
- MADNI, I.K., PLETCHER, R.H., (1977a), "Prediction of Turbulent Forced Plumes Issuing Vertically Into Stratified or Uniform Ambients", *Journal of Heat Transfer*, february 1977, pages 99-104.
- MADNI, I.K., PLETCHER, R.H., (1977b), "Buoyant Jets Discharging Nonvertically Into a Uniform, Quiescent Ambient - A Finite-Difference Analysis and Turbulence Modeling", *Journal of Heat Transfer*, november 1977, pages 641-646.
- MALISKA, C.R., (1981), "A Solution Method for Three-Dimensional Parabolic Fluid Flow Problems in Nonorthogonal Coordinates", PhD Thesis, Waterloo Univ., Ontario, Canada.