

PREVISÃO NUMÉRICA DA RECIRCULAÇÃO EM DIFUSORES
DE SECÇÃO TRANSVERSAL QUADRADA

por

JUCÁ, P.C.J.¹, SILVA, A.F.C.¹

RESUMO: É simulado numericamente o escoamento tridimensional incompressível em difusores de seção transversal quadrada. São estudadas várias configurações geométricas do difusor com o objetivo de captar a ocorrência de recirculação na região de entrada do difusor e documentar o comportamento do coeficiente de pressão e da velocidade adimensional ao longo de sua linha de centro.

INTRODUÇÃO

Difusores são elementos usados em tubulações de fluidos com o objetivo de recuperar a pressão de escoamento à jusante. A ocorrência de recirculação de fluido pode modificar o comportamento do escoamento e variar a eficiência do difusor em sua função. Tabelas que preveem o comportamento de alguns tipos de difusores são disponíveis, como por exemplo em White (1979) e estudos numéricos e analíticos foram desenvolvidos para determinadas situações como nos trabalhos de Schlichting (1968) e Prakash (1987).

Neste trabalho, o escoamento na geometria mostrada na figura 1 é estudado com dois objetivos. Em primeiro lugar deseja-se apreciar o comportamento do código numérico desenvolvido para a solução no que diz respeito a estabilidade e convergência quando submetido a uma geometria com fronteiras não ortogonais em duas direções. Este procedimento faz parte de uma série de testes, que apresentam ordens de complexidade geométrica crescente efetuadas sobre o modelo numérico desenvolvido. O primeiro dos testes, consistiu na solução do problema hidrodinâmico tridimensional elíptico na região de entrada de dutos de seção transversal retangular onde a geometria do domínio apresenta características cartesianas. Detalhes do modelo numérico são discutidos por Jucá, Silva e Maliska (1989).

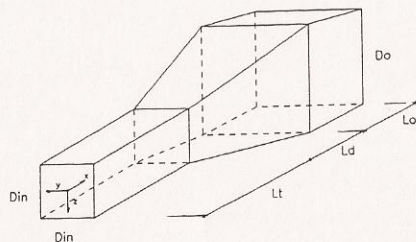


Figura 1. Difusor de seção transversal quadrada

Ao mesmo tempo deseja-se documentar a influência dos parâmetros que

¹ Professores adjuntos do Depto. de Eng. Mecânica da UFSC.

definem a geometria do difusor sobre o surgimento de recirculação com o objetivo de fornecer dados que permitam futuras comparações com experimentos ou outros modelos de solução propostos.

Como mostra a figura 1, existe antes do difusor um determinado comprimento de duto de seção retangular quadrada. A intenção de adicioná-la à geometria do difusor propriamente dito é, durante o estudo do comportamento do fenômeno de recirculação, apreciar o efeito elíptico do escoamento à jusante sobre a condição do perfil à montante, na entrada do difusor. Em geral, as soluções numéricas que apresentam esquemas de marcha parabólica na direção principal de escoamento, pressupõem um perfil hidrodinâmico plenamente desenvolvido na seção de entrada, desprezando, é claro, o efeito elíptico do escoamento. Neste trabalho, resolveu-se numericamente o perfil hidrodinâmico para o duto de seção quadrada e este perfil foi imposto na entrada do duto quadrado, suficientemente distante da entrada do difusor.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Domínio Computacional

A geometria é composta por um canal inicial de seção transversal quadrada de lado D_{in} e de comprimento L_t . O difusor possui um comprimento reto L_d , com ângulo de divergência θ . Após o difusor existe um segundo canal também de seção transversal quadrada D_o , que se prolonga por um comprimento reto L_o .

Condições de simetria podem ser assumidas para o escoamento nos planos xy e xz no meio dos canais e difusor reduzindo o domínio computacional à geometria mostrada na figura 2. Esta figura apresenta também as condições de contorno impostas ao escoamento.

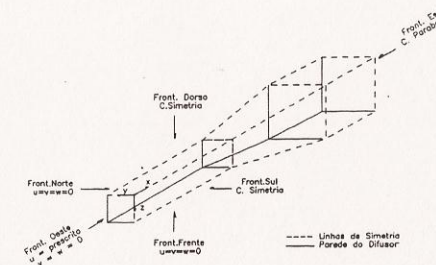


Figura 2. Domínio computacional e condições de contorno

Formulação do Problema O escoamento é considerado incompressível, sendo o fluido newtoniano com propriedades físicas constantes. As equações que governam este escoamento são as equações de conservação da quantidade de movimento para as três direções coordenadas e a equação de conservação da massa. Como o domínio computacional é uma região tridimensional com fronteiras irregulares, de difícil discretização em um sistema coordenado cartesiano emprega-se um sistema de coordenadas generalizadas adaptando ao contorno da geometria (ξ, η, Γ) . A transformação do sistema coordenado cartesiano para o sistema generalizado é dado por

$$\xi = \xi(x, y) \quad (1)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (2)$$

$$\Gamma = \Gamma(x, y, z) \quad (3)$$

onde o Jacobiano da transformação é

$$J = 1/(z_{\Gamma} \cdot (x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi})) \quad (4)$$

A equação que descreve a conservação de uma propriedade física qualquer escrita no sistema de coordenada generalizado ξ, η, Γ assume a forma

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V \phi) + \frac{\partial}{\partial \Gamma}(\rho W \phi) + P^{\phi}/J = \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} [C_{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_{12} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_{13} \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma}] + \frac{\partial}{\partial \eta} [C_{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_{22} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_{23} \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma}] + \\ & \frac{\partial}{\partial \Gamma} [C_{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_{32} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_{33} \frac{\partial \phi}{\partial \Gamma}] \end{aligned} \quad (5)$$

O parametro P^{ϕ}/J é descrito na Tabela 1 para as equações de conservação do movimento ($\phi = u; \phi = v; \phi = w$). Os coeficientes C_{ij} , tendo em vista sua extensão, são omitidos e podem ser obtidos do trabalho de Jucá, Silva e Maliska (1989). As equações que descrevem as velocidades contra-variantes e detalhes do esquema numérico empregado podem também ser obtido neste trabalho. Na equação (5) U, V e W são as componentes contra-variantes do vetor velocidade

$$U = U(u, v) \quad (6)$$

$$V = V(u, v) \quad (7)$$

$$W = W(u, v, w) \quad (8)$$

Tabela 1. Valores de P^{ϕ}/J para as equações do movimento

ϕ	P^{ϕ}/J
u	$\frac{\partial p}{\partial \xi} y_{\eta} z_{\Gamma} - \frac{\partial p}{\partial \eta} y_{\xi} z_{\Gamma} + \frac{\partial p}{\partial \Gamma} (y_{\xi} z_{\eta} - y_{\eta} z_{\xi})$
v	$-\frac{\partial p}{\partial \xi} x_{\eta} z_{\Gamma} + \frac{\partial p}{\partial \eta} x_{\xi} z_{\Gamma} - \frac{\partial p}{\partial \Gamma} (x_{\xi} z_{\eta} - x_{\eta} z_{\xi})$
w	$\frac{\partial p}{\partial \eta} (x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi})$

O arranjo das variáveis na malha de discretização é desencontrado: a pressão é armazenada no centro do volume e as 3 componentes cartesianas da velocidade em cada uma de suas faces. O esquema de acoplamento pressão-velocidade empregado é o PRIME (Pressure Implicit - Momentum Explicit) proposto por Maliska (1981). As condições de contorno impostas sobre escoamento são:

a. Face norte: parede;

$$u = v = w = 0$$

b. Face sul:

Condição de simetria

c. Face este: saída

Escoamento localmente parabólico

d. Face oeste: entrada

$v = w = 0$; u prescrito

e. Face frente: parede

$(u, v, w) = 0$

f. Face dorso:

Condição de simetria

A malha de discretização do domínio computacional foi gerada algebricamente, com concentração de volumes em torno de $x = L_t$, com o objetivo de determinar com maior precisão gradientes de pressão e velocidade na seção de entrada do difusor e o início da recirculação no difusor. A concentração distribui os volumes de acordo com uma progressão geométrica onde era imposta o comprimento (em x) dos volumes vizinhos, nas direções à montante e jusante ao plano yz de entrada no difusor. O número de volumes empregados nas direções y (η) e z (Γ) foram mantidos constantes em todos os casos (15x15 volumes), assim como o número de volumes no duto reto. Esta resolução de malha mostrou-se conveniente para a solução deste tipo de escoamento no trabalho de Jucá, Silva e Maliska (1989). O número de volumes contidos no difusor, na direção x(ξ), variou em função do comprimento L_d do difusor, sendo entretanto mantido constante (60 volumes) o número de volumes total nesta direção. A tabela 2 descreve as geometrias empregadas e a distribuição dos volumes da malha na direção dos volumes da malha na direção x(ξ).

Tabela 2 - Geometrias do difusor e distribuição de volumes da malha na direção x(ξ)

Geometria	A	B	C
Vol. em L_t	15	15	15
Vol. em L_d	30	30	35
Vol. em L_o	15	15	10
L_t/D_{in}	1.0	1.0	1.0
L_d/D_{in}	1.0	1.5	2.0
L_o/D_{in}	1.0	1.5	1.5

RESULTADOS

A análise do problema mostra que os parâmetros que controlam o escoamento são o número de Reynolds, L_d/D_{in} e o ângulo de abertura do difusor θ . Foram obtidas soluções numéricas para Reynolds de 25; 17,5 e 15, sendo o número de Reynold baseado na velocidade média de entrada do duto e no valor de seu lado, D_{in}

$$Re = \rho \bar{u} D_{in} / \mu \quad (9)$$

O ângulo do difusor variou na faixa de 10 a 20 graus para cada uma das geometrias descritas na tabela 2. O surgimento de padrões de recirculação no escoamento no difusor é um compromisso entre os fatores Re, L_d/D_{in} e θ . Em benefício da visualização gráfica do fenômeno optou-se por maiores ângulos de abertura, sendo as recirculações obtidas com menores valores de Re. Observa-se que para Re=15, não ocorre recirculação em nenhum dos valores de

L_d/D_{in} , para qualquer valor de θ considerado. Com $Re=17,5$ não ocorre recirculação para os ângulos de 15 e 10 graus esta aparece para $\theta=20^\circ$, qualquer que seja L_d/D_{in} . Para $Re=25$ ocorre recirculação para qualquer que seja L_d/D_{in} e θ , entre os valores estudados. A tabela 3 resume estas informações.

As figuras a seguir examinam os resultados obtidos para as configurações estudadas, apresentando o comportamento da velocidade na linha de centro do difusor em relação a velocidade média de entrada (u_{cl}/u_{in}) e do coeficiente de pressão na linha de centro do difusor. O coeficiente de pressão é definido por

$$C_p = (\bar{p}_x - \bar{p}_{in}) / 0.5 (\rho \bar{u}_{in}^2) \quad (10)$$

onde \bar{p}_x é a pressão média no plano yz normal a linha de centro na posição x, \bar{p}_{in} é a pressão média e \bar{u}_{in} é a velocidade média sendo as duas últimas medidas no plano de entrada do duto.

Tabela 3. Surgimento de recirculação (*).

Geometria	A			B			C		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
θ (graus)									
20	*	*	-	*	*	-	*	*	-
15	*	-	-	*	-	-	*	-	-
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-

a: $Re=25$; b: $Re=17,5$; c: $Re=15$

A figura 3 mostra o comportamento do C_p para a mesma geometria e diferentes ângulos de abertura. Como esperado, para maiores ângulos a recuperação de pressão é maior. Entretanto a figura mostra que no caso de ausência de recirculação ($\theta=10^\circ$) a recuperação é menos efetiva que para os casos com recirculação ($\theta=20^\circ$) para as faixas de parâmetros estudadas.

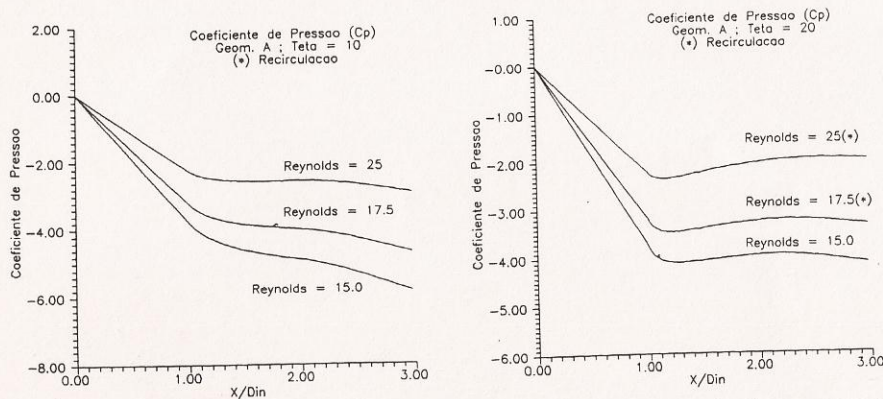


Figura 3. Influência do número de Reynolds e do ângulo de abertura sobre C_p .

A figura 4 apresenta, para o comportamento do coeficiente de pressão, uma comparação entre as diversas geometrias estudadas, para dois valores do número de Reynolds. Esta confirma a tendência anterior de melhor recuperação de pressão em presença de recirculações e mostra que o aumento do comprimento do difusor não implica em uma sensível melhoria nesta recuperação, principalmente na ausência do fenômeno.

As figuras 5 e 6 apresentam uma composição análoga as figuras 3 e 4. Estas entretanto apresentam um comportamento da velocidade adimensional na linha de centro do difusor. Este segue a física esperada do fenômeno e, infelizmente, seu comportamento não fornece nenhum indicio de quando a recirculação irá ou não ocorrer no escoamento à jusante. Verificou-se que a recirculação se localiza em regiões junto as arestas formadas pelo encontro das paredes do difusor e seu efeito sobre a velocidade na linha de centro é praticamente imperceptível nos casos estudados.

Observa-se também que o efeito elíptico do escoamento é pequeno na região de entrada do difusor, mesmo sendo baixos os valores de Reynolds considerados neste estudo. O comportamento da velocidade na linha de centro indica que para valores de Reynolds da ordem dos empregados neste estudo o escoamento pode ser considerado parabólico na região de entrada sem prejuizo da solução.

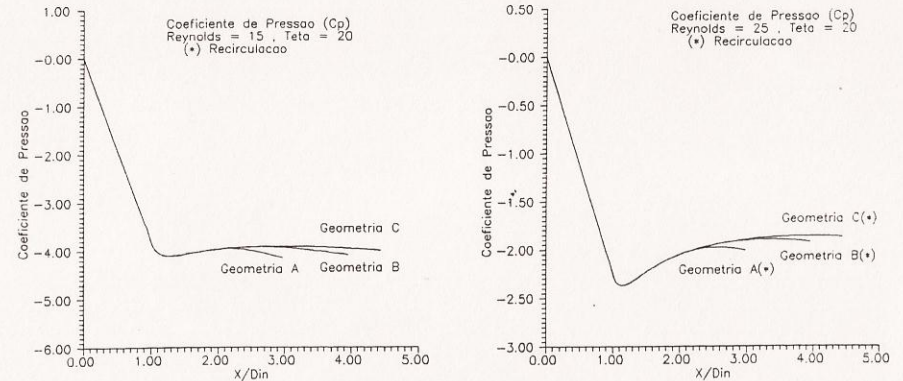


Figura 4. Influência da geometria e do número de Reynolds sobre o C_p .

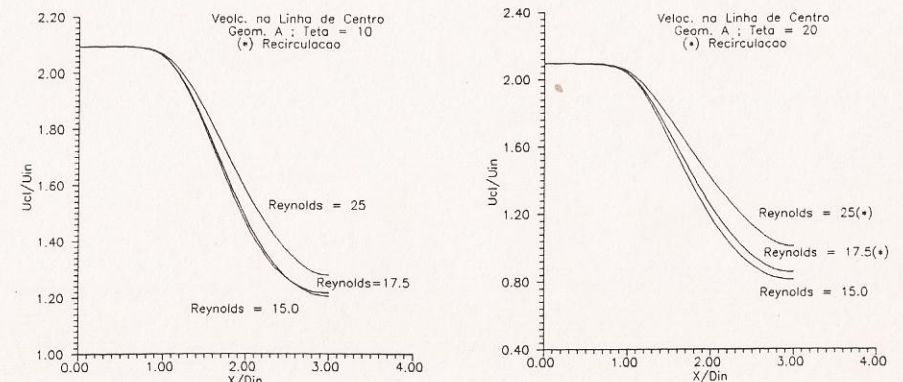


Figura 5. Influência do número de Reynolds e θ sobre u_{cl}/u_{in}

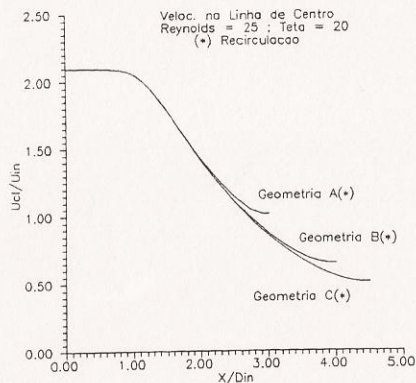
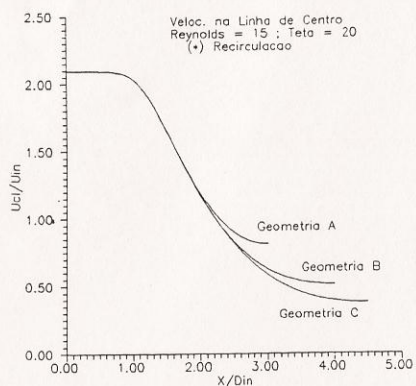


Figura 6. Influência da geometria e do número de Reynolds sobre u_{cl}/u_{in}

CONCLUSÃO

O presente estudo comprovou a estabilidade do modelo numérico proposto quando empregado para solução de um escoamento sobre uma geometria que apresenta fronteiras não ortogonais. O comportamento qualitativo do escoamento permite validar parcialmente o código computacional. Uma comprovação definitiva entretanto deve ser obtida pela simulação de um escoamento em uma geometria similar que disponha de dados experimentais para comparação.

Os resultados obtidos para o fenômeno de recirculação em difusores de secção retangular, para as faixas de parâmetros estudadas, mostram que a recuperação de pressão é melhor em presença de recirculação na região de entrada do difusor. O comportamento da velocidade assim como do coeficiente de pressão ao longo da linha de centro do difusor, mantém-se qualitativamente o mesmo, independente da presença do fenômeno de recirculação à jusante, não servindo portanto de parâmetro indicativo para sua presença.

Em relação ao código computacional desenvolvido para a implementação da solução numérica pode-se afirmar que o tempo de máquina (CPU time) exigido para a solução de cada caso não se mostrou proibitivo, exigindo em torno de 1,5 horas de processamento escalar em um IBM 3090-J. A aplicação do código computacional desenvolvido a problemas que exijam a solução de um problema térmico acoplado a um problema hidrodinâmico, pode vir a comprometer a praticidade do esquema numérico de alocação de variáveis empregado. A disposição desencontrada aliada ao grande número de métricas de transformação exigidas em um sistema de coordenadas generalizado adaptado a fronteira implica em uma alocação de memória bastante grande para modelos tridimensionais. Caso as métricas de transformação não sejam acumuladas seu cálculo a cada iteração compromete o tempo de computação necessário à solução. O arranjo colocalizado das variáveis tem se mostrado adequado para a solução deste problema, como mostrado por Marchi, Maliska e Silva (1990).

REFERÊNCIAS

JUCÁ, P.C.S., SILVA, A.F.C., MALISKA, C.R. (1989), "Solução Numérica de Problemas Tridimensionais Elípticos de Convecção de Calor", X Congresso Brasileiro

de Engenharia Mecânica, pp 161-164, Rio de Janeiro.

JUCÁ, P.C.S., SILVA, A.F.C., MALISKA, C.R. (1989), Ataque Térmico em Rios e Lagos - Desenvolvimento de um Modelo Numérico Tridimensional, Relatório à ELETROSUL, SINMEC/EMC/UFSC, Parte II:

MALISKA, C.R. (1981), "A Solution Method for the Three Dimensional Parabolic Fluid Flow Problems in Nonorthogonal Coordinates", Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canada.

MARCHI, C.H., MALISKA, C.R., SILVA, A.F.C., (1990), "Three Dimensional all Speed Flows Using Co-located Variables", III Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT), Itapema, Santa Catarina, Brasil.

PRAKASH, C., PATANKAR, S.V. (1987), "A Control-Volume Finite-Element Method for Predicting Flow and Heat-Transfer in Ducts of Arbitrary Cross-Sections - Part II: Application to some Test Problems", Numerical Heat Transfer, Vol 12, pp 413-437.

SCHLICHTING, H. (1968), Boundary Layer Theory, McGraw Hill Book Co., 6th Edition, pp 99-101.

WHITE, F.M. (1979), Fluid Mechanics, McGraw Hill, Kosakusha.