

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

ARTHUR BESEN SOPRANO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
MULTIFÁSICO UNIDIMENSIONAL EM POÇOS HORIZONTAIS**

Florianópolis
2010

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

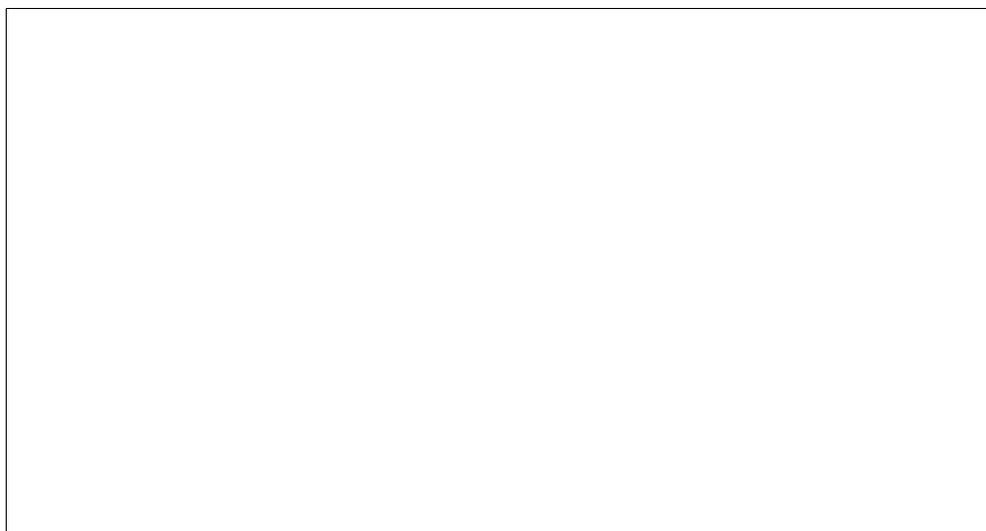
ARTHUR BESEN SOPRANO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
MULTIFÁSICO UNIDIMENSIONAL EM POÇOS HORIZONTAIS**

Trabalho de Curso submetido ao Curso de
Graduação em Engenharia Mecânica da Uni-
versidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis
2010

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da
Universidade Federal de Santa Catarina



ARTHUR BESEN SOPRANO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
MULTIFÁSICO UNIDIMENSIONAL EM POÇOS HORIZONTAIS**

Este Trabalho de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro Mecânico e aprovado em sua forma final pela Comissão examinadora e pelo Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Jonny Carlos da Silva, Dr.
Coordenador do Curso

Prof. Dylton do Vale Pereira Filho, M.Sc.
Professor da Disciplina

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Clovis Raimundo Maliska, PhD.
Orientador

Prof. António Fábio Carvalho da Silva, Dr.
Co-orientador

Prof. Dylton do Vale Pereira Filho, M.Sc.

Florianópolis
2010

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, ao meu grande irmão e minha namorada, pelo apoio e alegria que manteve minha determinação durante toda a faculdade.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são feitos ao laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos Transferência de Calor - SINMEC, à Agência Nacional de Petróleo - ANP e a Petrobras, pela estrutura fornecida e ajuda financeira para realizar o trabalho.

Ao Prof. Clovis R. Maliska por apresentar a área de simulação numérica em petróleo e seus desafios, que me trouxeram grande interesse atualmente. Além da orientação neste trabalho, propondo este tema desafiador e interessante.

Ao curso de Engenharia Mecânica da UFSC, pela forte formação acadêmica que me foi oferecida.

Também agradeço ao Programa Avançado de Matemática - PAM, pelo grande embasamento matemático que me permitiu entender melhor os problemas e modelagens feitas na engenharia. Em especial ao Prof. Ivan Pontual Costa e Silva, pela sua cobrança rigorosa e aulas excelentes, motivando o aprendizando na área.

Ao pessoal do SINMEC, sempre dispostos a ajudar e tirar dúvidas. Além dos momentos de risadas durante as pausas do café, dia do pastel, etc.

Principalmente ao Prof. António Fábio C. da Silva, pela grande ajuda teórica relacionada a este trabalho, propondo testes importantes para validar o modelo. Além das várias tardes despendidas para ajudar na identificação de problemas no código computacional, mesmo que este tenha sido em linguagem C++, orientada a objeto.

*“Todas as coisas são difíceis
antes de se tornarem fáceis”*

Thomas Fuller

RESUMO

Para simular campos de petróleo para dimensionar e projetar poços e equipamentos, deve-se resolver o escoamento nos reservatórios de petróleo e em seus poços injetores e produtores. Este trabalho apresenta a modelagem e solução do escoamento em poços horizontais a partir de um modelo drift-flux para três fases (água, óleo e gás) considerando um domínio unidimensional. O problema é discretizado a partir do método dos volumes finitos e resolvido com Método de Newton. Resultados são comparados no caso bifásico e trifásico, sendo o último baseado em uma situação real de acoplamento entre poço e reservatório. A solução dos escoamentos acoplados poço-reservatório é uma atividade de pesquisa de vanguarda. As empresas produtoras de petróleo todas estão desenvolvendo simuladores que cada vez mais acoplam as diferentes fases de produção de petróleo.

Palavras-chave: Drift-Flux, escoamento multifásico, poços horizontais.

ABSTRACT

To design wells and its equipments along the oil fields, one has to solve the flow that occurs inside the oil reservoirs and its injecting and producing wells. This work presents a multiphase flow model and the solution for horizontal wells using a drift-flux model (water, oil and gas) using a one-dimensional domain. The problem is discretized using a Finite Volume Method and solved with a Newton's Method. Results are compared with a two-phase and three-phase flow, where the last one is based on a real situation involving the coupling of the well and reservoir. The study of the coupling between well and reservoirs is a state-of-art research activity. Most of the important petroleum companies are developing proprietary softwares for modeling as much as possible the several phases of the oil production chain.

Keywords: Drift-Flux, multiphase flow, horizontal wells.

LISTA DE FIGURAS

1	Esquema de um poço horizontal (sem escala).	16
2	Regimes de escoamentos multifásicos.	21
3	Classificação dos modelos multifásicos.	22
4	Arranjo das variáveis no poço discretizado.	30
5	Representação do volume de controle da equação de Conservação da Quantidade de Movimento.	33
6	Estrutura da matriz Jacobiana resultante.	33
7	Diagrama computacional do algoritmo.	35
8	Esquema do problema base.	37
9	Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo.	38
10	Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle.	39
11	Resultados obtidos para velocidade.	39
12	Resultados da fração volumétrica do gás para passos de tempo diferentes.	40
13	Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo (caso 2).	41
14	Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 175 segundos e 200 volumes de controle (caso 2).	41
15	Resultados obtidos para velocidade (caso 2).	42
16	Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo para o caso 3.	43
17	Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle (caso 3).	43
18	Resultados obtidos para velocidade (caso 3).	43

19	Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle para o caso 4.	44
20	Resultados obtidos para velocidade no caso 4.	45
21	Resultados para o caso 5. Tempo total de 175 segundos e 200 volumes.	45
22	Resultados obtidos para velocidade de gás e líquido no caso 5.	45
23	Perfil de vazão ao longo do poço por unidade de comprimento.	46
24	Perfis de pressão ao longo do poço, resultados com 200 volumes de controle. .	48
25	Frações volumétricas de cada fase para o caso trifásico com 200 volumes de controle.	48
26	Perfil de pressão ao longo do poço para diferentes refinos de malha.	49

LISTA DE TABELAS

1	Blocos da matriz Jacobiana.....	34
---	---------------------------------	----

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos

\dot{m}	fluxo de massa	[kg/s]
\bar{V}_{gj}	velocidade de drift modificada gás-mistura	[m/s]
\bar{V}_{ow}	velocidade de drift modificada óleo-água	[m/s]
a	velocidade do som	[m/s]
A	área da seção transversal	[m^2]
C_0	Parâmetro de perfil	[–]
D	diâmetro do tubo	[m]
f	fator de atrito	[–]
j	fluxo volumétrico total	[m/s]
J	matriz jacobiana	[–]
P	pressão	[Pa]
R	função resíduo	[kg/s]
T	temperatura	[K]
V	volume	[m^3]
V_{gj}	velocidade de drift gás-mistura	[m/s]
v_m	velocidade da mistura	[m/s]
V_{ow}	velocidade de drift óleo-água	[m/s]
v_p	velocidade da fase p	[m/s]

Símbolos Gregos

α	fração volumétrica	[–]
μ	viscosidade	[$Pa \cdot s$]
ρ	massa específica	[kg/m^3]
ε	rugosidade absoluta	[m]

Subscritos e Sobrescritos

<i>o</i>	propriedade avaliada no passo de tempo anterior
<i>w,P,E</i>	propriedade avaliada no volume oeste/central/leste
<i>g</i>	gás
<i>l</i>	líquido
<i>o</i>	óleo
<i>w,e</i>	propriedade avaliada na face oeste/leste do volume de controle
<i>w</i>	água

SUMÁRIO

1	Introdução	15
1.1	Motivação	15
1.2	Objetivos	17
1.3	Organização do Trabalho	17
2	Revisão Bibliográfica	19
2.1	Simulação em Reservatórios de Petróleo	19
2.2	Poços Horizontais e Verticais	19
2.3	Escoamentos Multifásicos	21
3	Modelagem Matemática	23
3.1	Modelo Drift Flux	23
3.2	Modelo Bifásico	24
3.2.1	Equações Governantes	24
3.3	Modelo Trifásico	26
3.3.1	Equações Governantes	26
4	Formulação Numérica	29
4.1	Método de Newton	29
4.2	Discretização das Equações	30
4.3	Implementação do Código Computacional	34
5	Resultados e Comparações	37
5.1	Comparação modelo bifásico	37

5.1.1	Caso 1	38
5.1.2	Caso 2	40
5.1.3	Caso 3	42
5.1.4	Caso 4	44
5.1.5	Caso 5	44
5.2	Exemplo trifásico	46
6	Conclusões	51
6.1	Síntese dos Resultados	51
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	52
6.3	Considerações Finais	52
	Referências	53

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Na tentativa de cada vez mais aprimorar os estudos e técnicas de exploração, a área de simulação em reservatórios de petróleo tem crescido fortemente nos últimos anos. Reservatórios de petróleo são na verdade rochas-reservatório e, portanto, são considerados um meio poroso, no qual o escoamento pode ser modelado a partir das equações de *Darcy* (BEJAN, 2004). Já os poços de petróleo, que nada mais são do que dutos nos quais o petróleo escoar, são modelados a partir das equações de *Navier-Stokes*, amplamente aplicada para a maioria dos escoamentos na natureza.

No passado, poços de petróleo eram apenas furos verticais feitos em posições específicas de um reservatório a fim de produzir óleo. Todavia, o emprego de poços horizontais na extração de petróleo tem se tornado frequente, já que estes proporcionam um aumento considerável na produção. A perfuração é inicialmente vertical, tornando-se mais curva na medida que aumenta a profundidade, até ficar na posição horizontal e então, estende-se até um comprimento horizontal ótimo, que deve ser previamente calculado. Portanto, resolver tal escoamento é fundamental para prever o comportamento fluidodinâmico nesses poços e definir os parâmetros de projeto para a construção de um poço, especialmente seu comprimento na horizontal.

A conexão entre poço e reservatório se dá a partir dos furos de completção, que permitem a passagem do óleo do reservatório para os poços e, depois, escoar através dos poços até a superfície com o uso de algum método de elevação. Estes furos estabelecem um campo de pressão que serve de condição de contorno para a solução do escoamento no reservatório, que possui uma física do domínio diferente, governada pelas equações de *Darcy* (figura 1).

A modelagem de um poço de petróleo, além de representar o fenômeno de forma consistente, também não deve ser complexa a ponto de impossibilitar uma solução simples e rápida, pois esta será utilizada juntamente com a solução do escoamento em um reservatório de petróleo que, por sua vez, possui um domínio bastante grande. Com tais condições, torna-se possível estudar, de maneira acoplada, a interação entre poço e reservatório

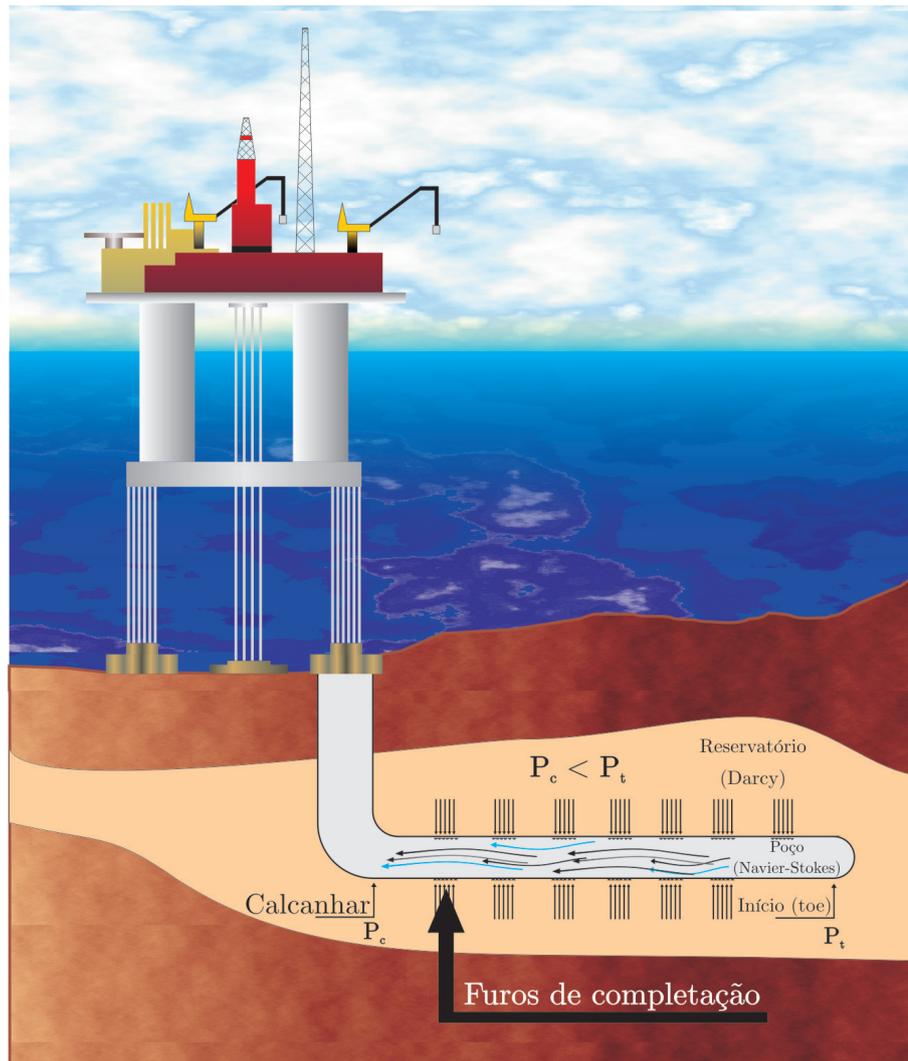


Figura 1: Esquema de um poço horizontal (sem escala).

através de soluções numéricas.

Outra importante necessidade, do ponto de vista tecnológico, é resolver o escoamento com hipóteses mais abrangentes, como o caso de escoamentos com mais de uma fase. Uma fase pode ser definida como uma das diferentes porções homogêneas de uma mistura heterogênea. Um escoamento em um reservatório de petróleo (ou em um poço) é, de maneira geral, um escoamento multifásico, isto é, uma mistura heterogênea de diferentes fases. É possível, sem perda de generalidade, supor que um escoamento de petróleo é composto de três fases: a fase óleo, a fase água e a fase gás. Observe que isso é uma mistura heterogênea já que é possível identificar cada uma das fases nesse tipo de escoamento. É neste contexto que o presente trabalho se encaixa, com o intuito de estudar o escoamento multifásico em poços horizontais de petróleo.

1.2 OBJETIVOS

Modelar e determinar uma solução numérica para o escoamento no interior de poços horizontais. O regime de escoamento é considerado unidimensional e multifásico (água, óleo e gás). O problema deve ser resolvido de maneira a permitir uma solução rápida para ser acoplada a solução do reservatório. Como existem furos de completação ao longo do poço, correlações tradicionais para o fator de atrito na parede do duto não podem ser usadas. Logo, o esquema proposto não deve depender da correlação adotada. A solução do escoamento no poço deve permitir o cálculo das velocidades de cada fase, mas pode considerar uma única pressão para todas as fases. A solução do escoamento no reservatório não é objeto deste trabalho.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está organizado de forma a apresentar (capítulo 2) uma revisão teórica da área de simulação em reservatórios de petróleo, seguido de uma análise física do escoamento em poços de petróleo e escoamentos multifásicos em dutos. Em seguida, no capítulo 3, apresenta-se a definição dos termos e a modelagem matemática de poços horizontais para escoamentos bifásicos e trifásicos, apresentando-se as equações governantes de cada problema. No capítulo 4, é mostrado o processo de discretização das equações, solução do sistema discretizado e implementação computacional do modelo. Logo após são apresentados, no capítulo 5, algumas comparações com resultados existentes para o modelo bifásico e resultados para um problema prático no caso trifásico. Por fim, é deixado para o capítulo 6 uma síntese dos resultados obtidos, sugestões para outros trabalhos na área e comentários finais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 SIMULAÇÃO EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO

O escoamento em reservatórios foi e tem sido resolvido considerando um meio poroso governado pelas equações de *Darcy*. Ela fornece uma forma de calcular as velocidades no domínio a partir das pressões que se estabelecem no problema. Para um escoamento monofásico, a velocidade é calculada por

$$\vec{V} = -\frac{\mathbb{K}}{\mu} \cdot \vec{\nabla}P \quad (2.1)$$

onde \mathbb{K} é o tensor permeabilidade do meio poroso, μ é a viscosidade do fluido e P a pressão. A equação acima é usada amplamente na área de simulação de reservatórios, sofrendo algumas variações na modelagem de acordo com o tipo de escoamento (multifásico, tridimensional, etc.). Uma metodologia para a solução do escoamento trifásico em reservatórios pode ser vista em Cunha (1996). Existe uma vasta literatura sobre o assunto, mas que não será reproduzida aqui por não ser a simulação do reservatório o objeto deste trabalho.

Geralmente, a solução do escoamento em um reservatório está associada a condições de contorno estabelecidas pelos poços de petróleo que ali existem. Os poços podem dar uma condição de pressão prescrita ou vazão prescrita neste domínio.

2.2 POÇOS HORIZONTAIS E VERTICAIS

Poços de petróleo nada mais são do que tubos inseridos em perfurações no reservatório. Estes possuem aberturas ao longo de sua superfície, permitindo que o óleo escoe do reservatório para o poço, ou vice-versa. Essas aberturas são chamadas de *furos de completção* e são a interface que relaciona pressão do poço com a pressão do reservatório.

Os poços podem ser de *produção* ou *injeção*. Poços de produção tem o objetivo de produzir óleo (ou gás), enquanto que o objetivo dos poços de injeção é injetar algum fluido para deslocar o petróleo para os poços produtores. Desta forma, pode-se ter escoamentos monofásicos e multifásicos em poços produtores, mas apenas escoamentos monofásicos em

poços injetores, pois o fluido injetado é normalmente água ou gás.

Com relação aos poços verticais e horizontais, a diferença no escoamento está relacionada com a força responsável pela perda de carga ao longo do mesmo. Em poços verticais, a diferença de pressão é dada pelo peso da coluna de fluido, enquanto que, para poços horizontais, a queda é principalmente dada pelo atrito nas paredes. O fator de atrito para escoamentos laminar e turbulentos pode ser calculado a partir de soluções analíticas ou correlações existentes na literatura. Para dutos fechados com escoamentos monofásicos laminares, tem-se,

$$f = \frac{64}{Re} \quad (2.2)$$

Uma correlação alternativa que vale tanto para escoamentos laminares e turbulentos é a correlação de *Churchill*:

$$f = 8 \left(\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{1.5}} \right)^{\frac{1}{12}} \quad (2.3)$$

onde:

$$A = \left(-2.457 \ln \left(\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\varepsilon}{D} \right) \right)^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

sendo que ε é a rugosidade absoluta do duto, D o diâmetro interno e Re o número de Reynolds, calculado por

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (2.4)$$

em que ρ é a densidade do fluido e V uma velocidade característica do escoamento.

Apesar das expressões mostradas anteriormente fornecerem uma forma de calcular o fator de atrito para diferentes regimes de escoamento, elas são válidas apenas para escoamentos monofásicos e sem entrada de massa ao longo da tubulação. Portanto, para calcular o fator de atrito em um escoamento multifásico com entrada de massa pelas superfícies do duto, deve-se fazer um estudo de outras correlações mais precisas, que levem em conta a entrada lateral de massa. A determinação de coeficientes de atrito para dutos com entrada de massa é um assunto bastante estudado e crítico na simulação do poço. Em nosso laboratório existem outras equipes estudando este assunto, cujos resultados serão incorporados aos estudos deste trabalho, que trata do escoamento multifásico no interior de dutos.

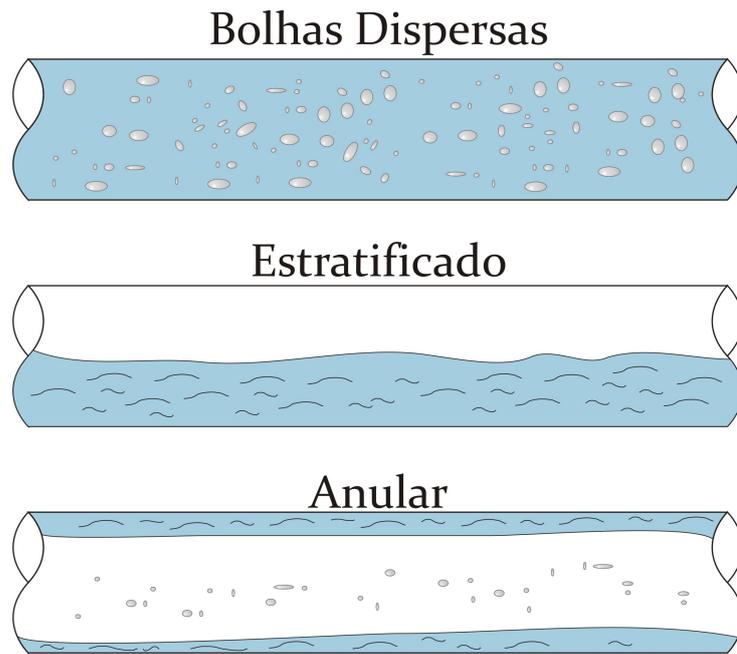


Figura 2: Regimes de escoamentos multifásicos.

2.3 ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS

Um escoamento multifásico pode possuir inúmeros padrões dependendo de fatores como quantidade de fases, velocidade do escoamento, geometria e inclinação do tubo, entre outros. A figura 2 apresenta alguns dos regimes de escoamentos multifásicos mais comuns.

Existem algumas formas de resolver o escoamento com mais de uma fase, apresentadas na figura 3 (ISHII; HIBIKI, 2006). O modelo de fases separadas resolve as equações de conservação para cada fase existente no problema, sendo o modelo mais representativo da física. Todavia, requer uma análise mais profunda das interfaces entre as fases, influenciando diretamente nas equações de conservação da quantidade de movimento. Em casos em que o número de interfaces torna-se muito alto, torna-se cada vez mais difícil representar os termos de atrito entre interfaces do problema, como no caso de regime de bolhas dispersas. Os modelos homogêneos tratam de fazer uma média das propriedades de cada fase no escoamento e resolve equações como se fosse um escoamento monofásico. Dentre tais modelos, existem aqueles sem deslizamento, em que todas as fases se movimentam com mesma velocidade e com deslizamento, no qual as fases possuem velocidades diferentes. Escoamentos fortemente acoplados podem ser resolvidos através de um modelo homogêneo sem deslizamento, como em um regime de bolhas dispersas, onde torna-se mais difícil identificar cada fase. Os modelos homogêneos com deslizamento também são conhecidos com modelos *Drift Flux* e, por permitirem velocidades diferentes para cada uma das fases, necessitam

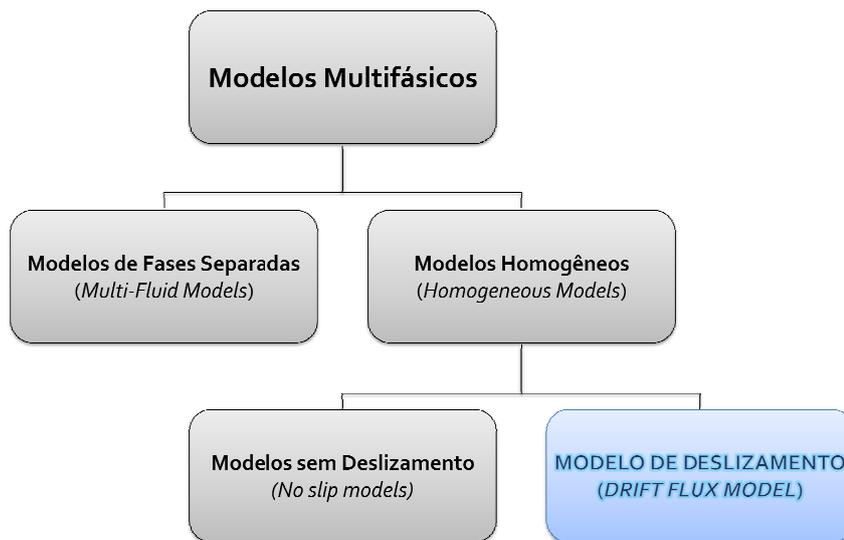


Figura 3: Classificação dos modelos multifásicos.

de uma equação constitutiva para definir o escorregamento entre as fases. O modelo *Drift Flux* também precisa da informação da quantidade de cada fase ocupando o domínio e faz com que seja necessário resolver uma equação de conservação da massa para alguma das fases (no caso bifásico), logo é um modelo mais complexo do que o modelo homogêneo sem deslizamento. Para um escoamento bifásico gás-líquido a velocidade do gás é calculada em função de uma velocidade representativa da mistura, um parâmetro dependente do regime multifásico, e uma *velocidade de drift* que depende de propriedades como a inclinação do escoamento, tensão interfacial, densidades e frações volumétricas de cada fase.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 MODELO DRIFT FLUX

Um modelo de escoamento multifásico homogêneo que permite deslizamento entre as fases deve possibilitar que, em um mesmo ponto, cada fase possua velocidades diferentes. Todavia, como o modelo *Drift Flux* trabalha com a equação da conservação da quantidade de movimento da mistura, existe apenas uma pressão para todas as fases, sendo necessária a inclusão de uma equação constitutiva que permita o cálculo de cada velocidade.

O modelo unidimensional do escoamento em um tubo exige que uma dada grandeza não possa variar nas direções transversais ao mesmo. Portanto, torna-se necessário realizar uma média ao longo da área transversal do tubo. Dada uma propriedade ϕ , sua média ao longo da seção transversal é dada por

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{A} \int_A \phi \, dA \quad (3.1)$$

onde A representa a área da seção transversal do tubo. O símbolo $\langle \rangle$ referente à média será omitido das equações doravante para simplificar notação, mas subentende-se que todas as propriedades ao longo do domínio unidimensional surgem a partir da integração ao longo da seção transversal. Algumas propriedades também devem ser definidas, tais como fração volumétrica de uma fase, que representa a razão entre o volume de uma fase em relação ao volume total. Para uma fase p , tem-se

$$\alpha_p = \frac{V_p}{V} \quad (3.2)$$

Se for levado em conta o fato que as propriedades são as mesmas ao longo de todo o volume de controle, então,

$$\alpha_p = \frac{V_p}{V} = \frac{A_p}{A} \quad (3.3)$$

onde A_p é a área ocupada por uma fase na seção transversal do tubo. A soma das frações volumétricas de cada fase é igual a unidade, já que a soma do volume ocupado por cada

uma delas deve resultar no volume total, portanto,

$$\sum_p \alpha_p = 1 \quad (3.4)$$

3.2 MODELO BIFÁSICO

Para o caso de um escoamento de gás e líquido, a velocidade do gás, no modelo *Drift Flux*, é calculada através da seguinte expressão,

$$v_g = C_0 j + V_{gj} \quad (3.5)$$

onde,

C_0 : Parâmetro de perfil

V_{gj} : Velocidade de *drift*

A velocidade j , também chamada de fluxo volumétrico total (SHI et al., 2003), é dada por

$$j = \alpha_l v_l + \alpha_g v_g \quad (3.6)$$

em que α_l e α_g são as frações volumétricas de cada fase (líquido e gás, respectivamente) e a velocidade da fase é definida, para uma fase p , como

$$v_p = \frac{\text{vazão volumétrica da fase } p}{\text{área da seção transversal ocupada pela fase } p} \quad (3.7)$$

3.2.1 Equações Governantes

São três equações que devem ser resolvidas (HIBIKI; ISHII, 2003) para o modelo em uso neste trabalho:

Equação da Conservação da Massa da Mistura:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m v_m)}{\partial s} = \left(\frac{\dot{m}}{V} \right) \quad (3.8)$$

Equação da Conservação da Massa da fase Gás:

$$\frac{\partial (\alpha_g \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_g \rho_g v_m)}{\partial s} = \left(\frac{\dot{m}}{V} \right)_g - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\rho_m} \bar{V}_{gj} \right) \quad (3.9)$$

Equação da Conservação da Quantidade de Movimento da Mistura:

$$\frac{\partial (\rho_m v_m)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m v_m v_m)}{\partial s} = -\frac{\partial P}{\partial s} - \rho_m g \sin(\theta) - \frac{f}{2D} \rho_m v_m |v_m| - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{\alpha_l \rho_m} \bar{V}_{gj}^2 \right) \quad (3.10)$$

Os termos $\left(\frac{\dot{m}}{V}\right)$ e $\left(\frac{\dot{m}}{V}\right)_g$ correspondem às vazões mássicas total e de gás (respectivamente) por unidade de volume que podem existir em cada volume de controle devido aos furos de completação ao longo do poço. As equações (3.8), (3.9) e (3.10) são obtidas a partir da soma das equações de conservação de massa e momento das fases gás e líquido. Desta forma, as propriedades médias e de mistura que surgem nas equações acima são definidas por

Massa específica média (ρ_m):

$$\rho_m = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l \quad (3.11)$$

Viscosidade média (μ_m):

$$\mu_m = \alpha_g \mu_g + \alpha_l \mu_l \quad (3.12)$$

Velocidade da mistura (v_m):

$$v_m = \frac{\alpha_g \rho_g v_g + \alpha_l \rho_l v_l}{\rho_m} \quad (3.13)$$

Velocidade de Drift modificada (\bar{V}_{gj}):

$$\bar{V}_{gj} = V_{gj} + (C_0 - 1)j \quad (3.14)$$

ou

$$\bar{V}_{gj} = \frac{V_{gj} + (C_0 - 1)v_m}{\left[1 - (C_0 - 1)\alpha_g \frac{(\rho_l - \rho_g)}{\rho_m}\right]} \quad (3.15)$$

As velocidades de gás (v_g) e líquido (v_l) podem ser calculadas em função da velocidade de mistura, através de

$$v_g = v_m + \frac{\rho_l}{\rho_m} \bar{V}_{gj} \quad (3.16)$$

$$v_l = v_m - \frac{\alpha_g}{(1 - \alpha_g)} \frac{\rho_g}{\rho_m} \bar{V}_{gj} \quad (3.17)$$

Para resolver o problema, basta resolver as equações (3.8) a (3.10), obtendo os campos de pressão, velocidade da mistura e α_g . Através destes campos, a fração volumétrica de

líquido e as velocidades para cada fase são calculadas a partir das equações (3.4), (3.16) e (3.17), respectivamente.

3.3 MODELO TRIFÁSICO

O modelo *Drift Flux* foi desenvolvido para um escoamento com duas fases (gás e líquido, por exemplo). Entretanto, um dos objetivos deste trabalho, que envolve um escoamento de água, óleo e gás, é obter a solução trifásica com uso do modelo de deslizamento. Portanto, utiliza-se um procedimento para adaptar o modelo bifásico neste caso, já utilizado em alguns casos na área de petróleo (SHI et al., 2003). O esquema considera, inicialmente, as fases água e óleo como uma única fase (fase líquida) e o gás como sendo a fase dispersa. Com isso, as mesmas equações do caso bifásico são válidas (eq. (3.8) a (3.10)). Para calcular as velocidades de água e óleo, é necessário aplicar novamente o modelo bifásico para as fases óleo e água, mas agora a velocidade do óleo é calculada a partir de novos parâmetros C'_0 e \bar{V}'_{ow} ,

$$v_o = C'_0 j_l + V'_{ow} \quad (3.18)$$

onde $j_l = \alpha_o v_o + \alpha_w v_w$. Os parâmetros C'_0 e \bar{V}'_{ow} para óleo e água são estudados por Hasan e Kabir (1998). Note agora que é necessário a inclusão de uma equação de conservação da massa para mais uma fase, a fim de permitir o cálculo de α_o e α_w , pois,

$$\alpha_g + \alpha_o + \alpha_w = 1 \quad (3.19)$$

3.3.1 Equações Governantes

A equação adicional para o modelo trifásico é a equação de conservação da massa da fase óleo, dada por

$$\frac{\partial (\alpha_o \rho_o)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_o \rho_o v_o)}{\partial s} = \left(\frac{\dot{m}}{V} \right)_o \quad (3.20)$$

No modelo trifásico as velocidades de óleo (v_o) e água (v_w) são calculadas por

$$v_o = v_l + \frac{\rho_w}{\rho_l} \bar{V}'_{ow} \quad (3.21)$$

$$v_w = v_l - \frac{\alpha_o \rho_o}{\alpha_w \rho_l} \bar{V}'_{ow} \quad (3.22)$$

Inserindo a equação (3.17) na eq. (3.21) e, em seguida, colocando o resultado na equação (3.20), esta fica em função das variáveis α_o e v_m , resultando em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\alpha_o \rho_o)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_o \rho_o v_m)}{\partial s} = & \left(\frac{\dot{m}}{V} \right)_o - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\alpha_o \rho_o \rho_w}{\rho_l} \bar{V}_{ow} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial s} \left(\alpha_o \rho_o \frac{\alpha_g}{(1-\alpha_g)} \frac{\rho_g}{\rho_m} \bar{V}_{gj} \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

esta é a equação extra que surge no modelo trifásico, tendo como variáveis independentes pressão (P), α_g , α_o e velocidade da mistura (v_m).

4 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

4.1 MÉTODO DE NEWTON

O regime de escoamento é transiente e compressível, logo um procedimento robusto de solução deve ser adotado a fim de resolver este problema fortemente não linear. O Método de Newton é adequado para tais problemas, tornando necessária a construção de uma matriz Jacobiana. O método se baseia no princípio de linearização da função a partir de sua Série de Taylor, para determinar a raiz da equação. Ele foi inicialmente desenvolvido para o caso de funções escalares de apenas uma variável, mas foi estendido para casos mais gerais com funções vetoriais de várias variáveis. Dada uma função $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ não linear, sua expansão em Série de Taylor (EDWARDS, 1994) em um ponto x_0 é

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + J(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x^2) \quad (4.1)$$

em que $J(x_0)$ é a matriz jacobiana da função no ponto x_0 . Desprezando os termos de ordem superior ($o(\Delta x^2)$) a equação torna-se

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + J(x_0) \cdot \Delta x \quad (4.2)$$

Como o objetivo é obter $f(x) = 0$, então deve ser estabelecido que,

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) &= 0 \\ \therefore J(x_0) \cdot \Delta x &= -f(x_0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Desta forma, em princípio, é possível obter uma solução para a equação vetorial $f(x) = 0$ resolvendo o sistema linear da eq. (4.3). Contudo, sabe-se que, com a eliminação dos termos de ordem superior da expansão em Série de Taylor, o ponto $x = x_0 + \Delta x$ não é necessariamente a raiz da equação. Mas, empregando um processo iterativo em que

$$x^{k+1} = x^k - J^{-1}(x^k) f(x^k) \quad (4.4)$$

é possível mostrar que, sob certas condições, a sequência de pontos x^k converge para a

raiz do sistema (LUCIANETTI, 2000), fazendo com que a eq. (4.4) forneça um algoritmo de solução para o problema. As maiores dificuldades do método são a construção da matriz jacobiana (J) e a garantia da convergência do método, que depende fortemente do ponto inicial x^0 . A eq. (4.4) é a forma geral do método de Newton, outros métodos baseados neste podem sofrer algumas variações na formulação, com o objetivo facilitar a construção da matriz jacobiana ou a convergência do processo. Estas variações são apresentadas no trabalho de Lucianetti (2000).

4.2 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Para a discretização das equações, usa-se o *Método dos Volumes Finitos*. Tal método baseia-se no princípio em dividir o domínio físico em pequenos volumes, fazendo com que cada um deles satisfaça as equações de conservação do problema. Neste trabalho, optou-se por um arranjo desencontrado entre as variáveis (MALISKA, 2004), no qual as pressões e frações volumétricas estão em uma posição e a velocidade média no ponto médio entre os pontos de pressão, conforme mostra a figura 4. No caso bifásico, serão utilizadas as funções

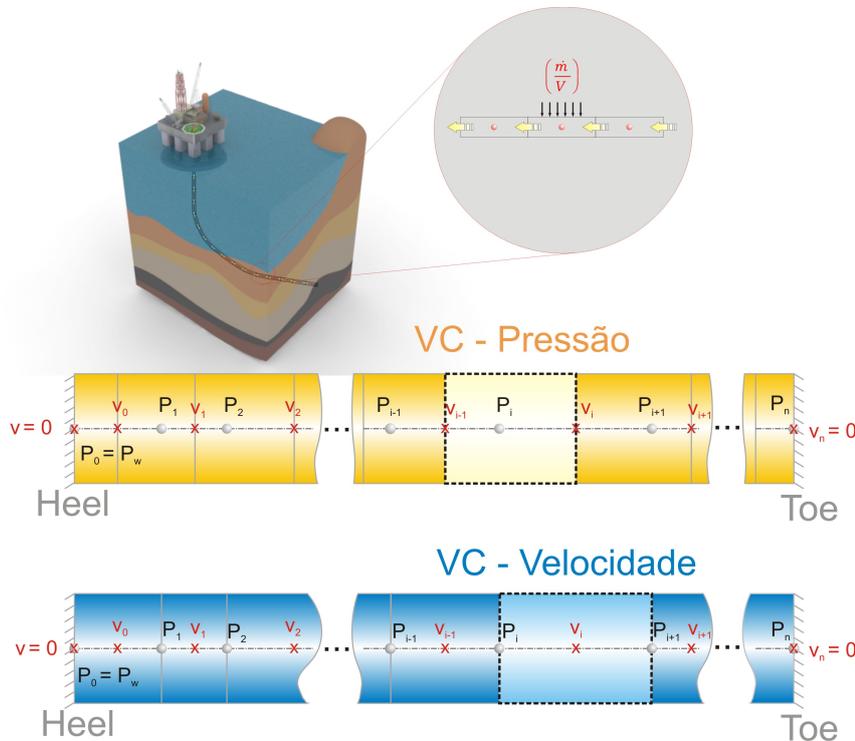


Figura 4: Arranjo das variáveis no poço discretizado. As variáveis fração volumétrica de gás (α_g) coincidem com as variáveis de pressão.

resíduo das equações (3.8)-(3.10) para serem resolvidas através do Método de Newton. Essas funções são obtidas a partir da integração das equações de conservação em um volume

de controle. As equações de conservação da massa (para fases e misturas) são integradas nos volumes de controle que possuem os pontos de pressão (VC - Pressão) equanto que a equação de conservação da quantidade de movimento é integrada nos volumes de controle definidos pelos pontos de velocidade da mistura (VC - Velocidade) representados na figura 4. Neste caso, a função que é utilizada no método de Newton é a função resíduo das equações de conservação em um ponto P ,

$$R_P = \begin{bmatrix} R_P^m \\ R_P^{\alpha g} \\ R_P^{vm} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde as componentes de R são:

Resíduo da Conservação da Massa da Mistura:

$$\begin{aligned} R^m_P &= (\rho_{mP} - \rho_{mP^0}) \frac{\Delta V}{\Delta t} \\ &+ v_{mPA} \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_e \right) \rho_{mP} + \left(\frac{1}{2} - \xi_e \right) \rho_{mE} \right] \\ &- v_{mWA} \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_w \right) \rho_{mW} + \left(\frac{1}{2} - \xi_w \right) \rho_{mP} \right] - \left(\frac{\dot{m}}{V} \right) \Delta V \end{aligned} \quad (4.6)$$

Resíduo da Conservação da Massa da fase Gás:

$$\begin{aligned} R^{\alpha g}_P &= \frac{(\alpha_{gP} \rho_{gP} - \alpha_{gP^0} \rho_{gP^0}) \Delta V}{\Delta t} - \left(\frac{\dot{m}}{V} \right)_g \Delta V \\ &+ v_{mPA} \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_e \right) \rho_{gP} \alpha_{gP} + \left(\frac{1}{2} - \xi_e \right) \rho_{gE} \alpha_{gE} \right] \\ &- v_{mWA} \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_w \right) \rho_{gW} \alpha_{gW} + \left(\frac{1}{2} - \xi_w \right) \rho_{gP} \alpha_{gP} \right] \\ &+ (\bar{V}_{gj})_e A \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_e \right) \frac{\rho_{lP}}{\rho_{mP}} \rho_{gP} \alpha_{gP} + \left(\frac{1}{2} - \xi_e \right) \frac{\rho_{lE}}{\rho_{mE}} \rho_{gE} \alpha_{gE} \right] \\ &- (\bar{V}_{gj})_w A \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_w \right) \frac{\rho_{lW}}{\rho_{mW}} \rho_{gW} \alpha_{gW} + \left(\frac{1}{2} - \xi_w \right) \frac{\rho_{lP}}{\rho_{mP}} \rho_{gP} \alpha_{gP} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Resíduo da Conservação da Quantidade de Movimento:

$$\begin{aligned}
R^{v_m}_P = & \frac{\left(\frac{1}{2}(\rho_{mP} + \rho_{mE})v_{mP} - \frac{1}{2}(\rho_{mP^0} + \rho_{mE^0})v_{mP^0}\right)\Delta V}{\Delta t} \\
& + ((1 - \delta_e)\dot{m}_P + \delta_e\dot{m}_E) \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_e\right)v_{mP} + \left(\frac{1}{2} - \xi_e\right)v_{mE} \right] \\
& - ((1 - \delta_w)\dot{m}_P + \delta_w\dot{m}_W) \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_w\right)v_{mW} + \left(\frac{1}{2} - \xi_w\right)v_{mP} \right] \\
& + (P_E - P_P)A + \frac{(\rho_{mP} + \rho_{mE})}{2} g \sin(\theta)\Delta V + \frac{f}{2D} \frac{(\rho_{mP} + \rho_{mE})}{2} v_{mP}|v_{mP}|\Delta V \\
& + \left(\bar{V}_{gj}^2\right)_e A \frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{(1 - \alpha_g)\rho_m} \Big|_E - \left(\bar{V}_{gj}^2\right)_w A \frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{(1 - \alpha_g)\rho_m} \Big|_P
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Os termos ξ_e e ξ_w das equações acima correspondem ao esquema *upwind* adotado para calcular os valores das propriedades na interface (MALISKA, 2004). Eles são função da velocidade média, dados por

$$\xi(v_m) = \begin{cases} 0,5 & \text{se } v_m \geq 0, \\ -0,5 & \text{se } v_m < 0. \end{cases} \tag{4.9}$$

Os fluxos de massa \dot{m}_W , \dot{m}_P e \dot{m}_E são calculados por

$$\begin{aligned}
\dot{m}_W = & \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_w\right)\rho_{mW} + \left(\frac{1}{2} - \xi_w\right)\rho_{mP} \right] v_{mWA} \\
\dot{m}_P = & \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_P\right)\rho_{mP} + \left(\frac{1}{2} - \xi_P\right)\rho_{mE} \right] v_{mPA} \\
\dot{m}_E = & \left[\left(\frac{1}{2} + \xi_E\right)\rho_{mE} + \left(\frac{1}{2} - \xi_E\right)\rho_{mEE} \right] v_{mEA}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

neste ponto vale ressaltar que, os fluxos de massa foram calculados desta forma para que seus valores fossem avaliados sempre no mesmo ponto no domínio, ou seja, para todas as equações de conservação, os fluxos de massa foram avaliados nas mesmas posições.

Devido ao arranjo desconstruído das malhas, foi necessário a interpolação linear de algumas propriedades. Também é importante perceber que a indicação de que uma propriedade (ρ_m , por exemplo) está em um nó P não corresponde a mesma posição de uma velocidade v_{mP} , isso foi feito para simplificação da indexação das variáveis. Os termos ξ_e e

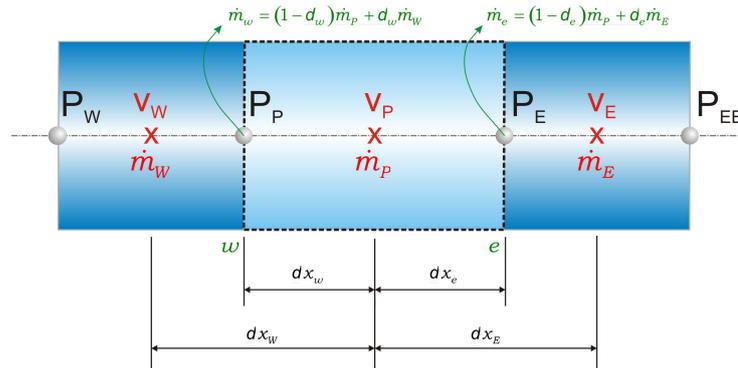


Figura 5: Representação do volume de controle da equação de Conservação da Quantidade de Movimento. As indexações aqui usadas são as mesmas utilizadas na equação (4.8).

ξ_w são expressos de acordo com Patankar (1980),

$$\delta_e = \frac{\delta x_e}{\delta x_E} \tag{4.11}$$

$$\delta_w = \frac{\delta x_w}{\delta x_W}$$

A representação das variáveis da eq. (4.11) são dadas na figura 5.

Teoricamente, cada linha da matriz jacobiana deveria ser a derivada da função em relação a todas as variáveis do domínio. Todavia, no método dos volumes finitos, uma variável recebe influência somente dela mesma e de suas variáveis vizinhas, portanto, a matriz J é esparsa, já que todas as derivadas em relação a variáveis que não estão na vizinhança de um ponto irão se anular. A estrutura resultante da matriz é de blocos 3×3 e formam um arranjo tridiagonal (figura 6). Os blocos surgem pois a função resíduo (eq. (4.5)) possui três equações de conservação (caso bifásico) como suas componentes. O tamanho dos blocos depende diretamente do número de equações que serão resolvidas no problema.

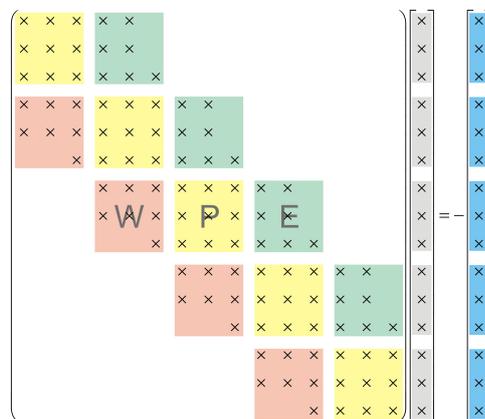


Figura 6: Estrutura da matriz Jacobiana resultante.

Cada bloco da matriz Jacobiana da figura 6 é da seguinte forma:

Bloco Oeste (W):	Bloco Central (P):	Bloco Leste (E):
$\begin{pmatrix} \frac{\partial R^m_P}{\partial P_W} & \frac{\partial R^m_P}{\partial \alpha_{gW}} & \frac{\partial R^m_P}{\partial v_{mW}} \\ \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial P_W} & \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial \alpha_{gW}} & \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial v_{mW}} \\ 0 & 0 & \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial v_{mW}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial R^m_P}{\partial P_P} & \frac{\partial R^m_P}{\partial \alpha_{gP}} & \frac{\partial R^m_P}{\partial v_{mP}} \\ \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial P_P} & \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial \alpha_{gP}} & \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial v_{mP}} \\ \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial P_P} & \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial \alpha_{gP}} & \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial v_{mP}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial R^m_P}{\partial P_E} & \frac{\partial R^m_P}{\partial \alpha_{gE}} & 0 \\ \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial P_E} & \frac{\partial R^{\alpha_g}_P}{\partial \alpha_{gE}} & 0 \\ \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial P_E} & \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial \alpha_{gE}} & \frac{\partial R^{vm}_P}{\partial v_{mE}} \end{pmatrix}$

Tabela 1: Blocos da matriz Jacobiana.

A modelagem numérica apresentada anteriormente foi feita apenas para o caso bifásico. Entretanto, a diferença do caso trifásico é a inclusão de mais um equação, aumentando o tamanho dos blocos (4×4 , no caso) e, conseqüentemente, das matrizes e vetores, mas o procedimento é o mesmo.

4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

A implementação do método proposto será feita em linguagem C++ Orientada a Objeto com o intuito de ser acoplado a um simulador de reservatórios de petróleo. As derivadas da matriz Jacobiana serão calculadas numericamente através da expressão para diferenças centrais, já que as funções resíduo (eq. (4.6) a (4.8)) são bastante complexas e, caso fossem resolvidas analiticamente, requereriam um oneroso processo de derivação sujeito a erros durante a implementação do código, além de dificultar mudanças posteriores no modelo matemático, pois todas as derivadas analíticas teriam que ser recalculadas. Calculando as derivadas numericamente, simplifica o objetivo de tornar o modelo independente de dados de entrada, como densidades, modelos para fator de atrito f , viscosidades, etc. O algoritmo de solução do problema é esquematizado no diagrama da figura 7.

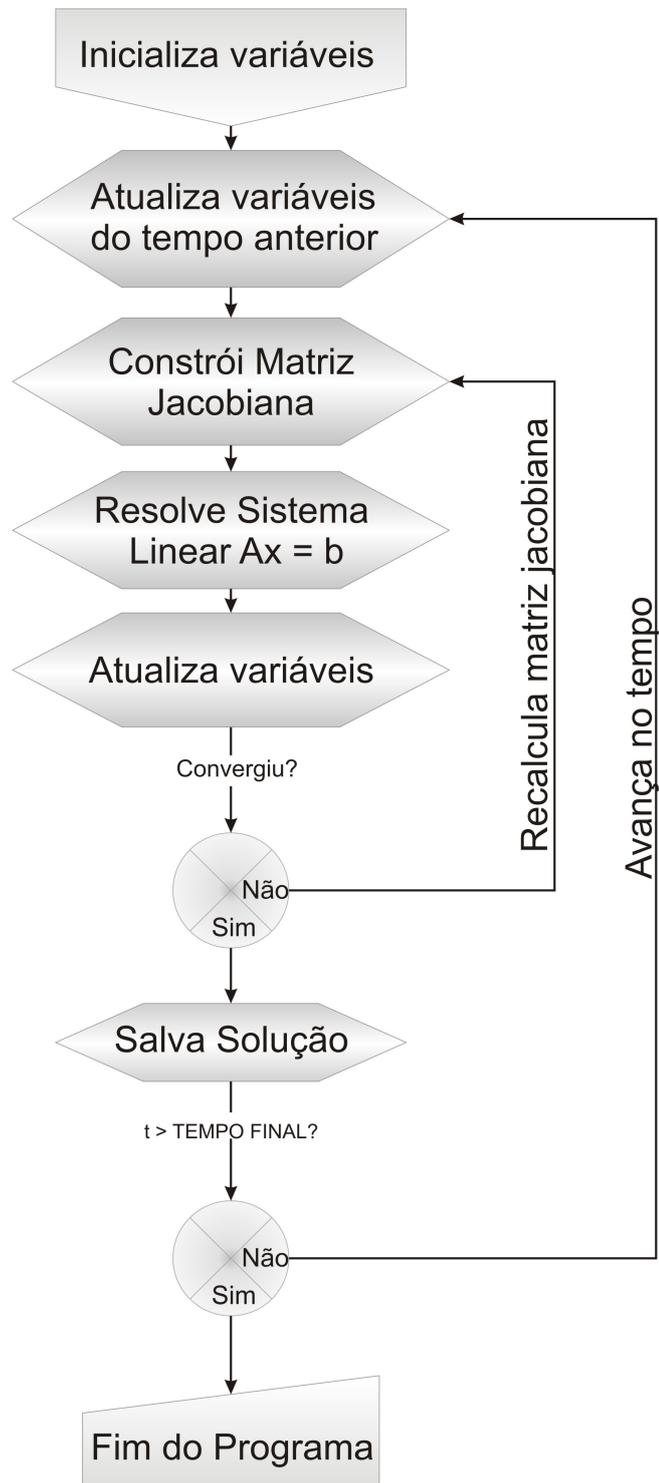


Figura 7: Diagrama computacional do algoritmo.

5 RESULTADOS E COMPARAÇÕES

5.1 COMPARAÇÃO MODELO BIFÁSICO

Para comparar as soluções obtidas a partir do algoritmo proposto, fez-se alguns testes baseados nos trabalhos de Provenzano (2007) e Evje e Fjelde (2003), em que algumas situações de escoamento bifásico e correlações de *Drift Flux* são testadas. O problema base consiste em um tubo horizontal com as seguintes características (figura 8):

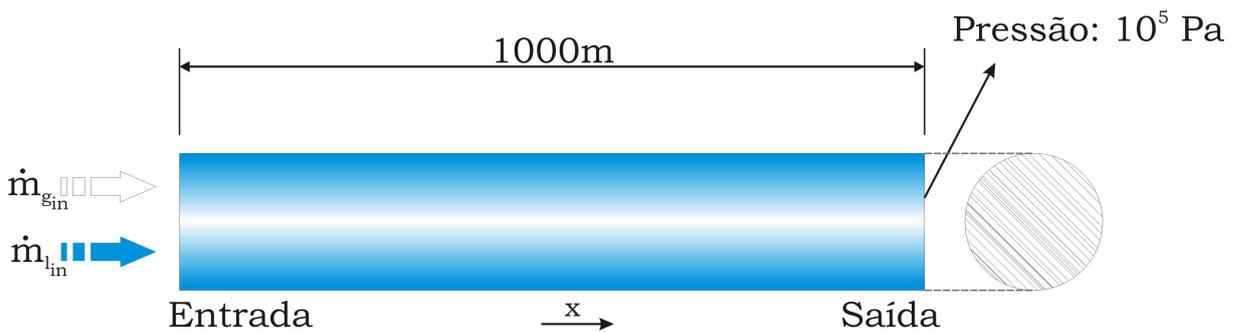


Figura 8: Esquema do problema base.

Parâmetros geométricos do tubo:

Comprimento do duto:	$L = 1000\text{ m}$
Diâmetro interno:	$D = 0,1\text{ m}$
Rugosidade absoluta:	$\varepsilon = 1,0 \times 10^{-5}\text{ m}$

Propriedades de cada fase:

Velocidade do som no líquido:	$a_l = 1000\text{ m/s}$
Velocidade do som no gás:	$a_g = 316\text{ m/s}$
Massa específica do líquido de referência:	$\rho_{l,\text{ref}} = 1000\text{ kg/m}^3$
Viscosidade do líquido:	$\mu_l = 5,0 \times 10^{-2}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Viscosidade do gás:	$\mu_g = 5,0 \times 10^{-6}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Pressão de referência:	$P_{\text{ref}} = 10^5\text{ Pa}$
Temperatura de referência:	$T_{\text{ref}} = 293,15\text{ K}$

Inicialmente o tubo estava cheio de óleo ($\alpha_g^{\text{inicial}} = 10^{-5}$) e o escoamento se manteve sempre laminar. A pressão na saída foi prescrita e igual a pressão de referência. Na entrada, os fluxos de massa de gás e líquido foram prescritos. Os valores de massa específica de gás e líquido são dependentes da pressão, calculados por

$$\rho_g = \frac{P}{RT_{\text{ref}}} = \frac{P}{a_g^2} \quad (5.1)$$

$$\rho_l = \rho_{l,\text{ref}} + \frac{P - P_{\text{ref}}}{a_l^2} \quad (5.2)$$

5.1.1 Caso 1

Neste caso, fez-se uma comparação do modelo utilizando uma relação de escorregamento simples ($C_0 = 1,2$ e $V_{gj} = 0,5 \frac{m}{s}$). A figura 9 ilustra como se comporta a entrada de massa de cada fase em função do tempo. Ela sofre uma variação linear de zero até um dado valor em 10 segundos, permanecendo constante após esse tempo. Os fluxos de massa máximos de gás e líquido para este caso são $\dot{m}_g = 0,02 \frac{kg}{s}$ e $\dot{m}_l = 3,0 \frac{kg}{s}$, respectivamente. O tempo final de simulação é 250 segundos e o passo de tempo utilizado foi de $\Delta t = 0,01s$.

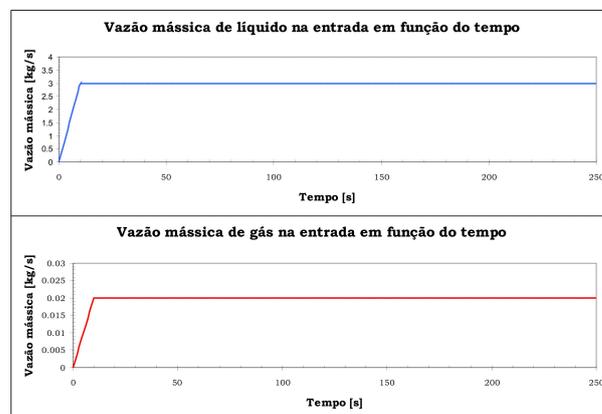


Figura 9: Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo.

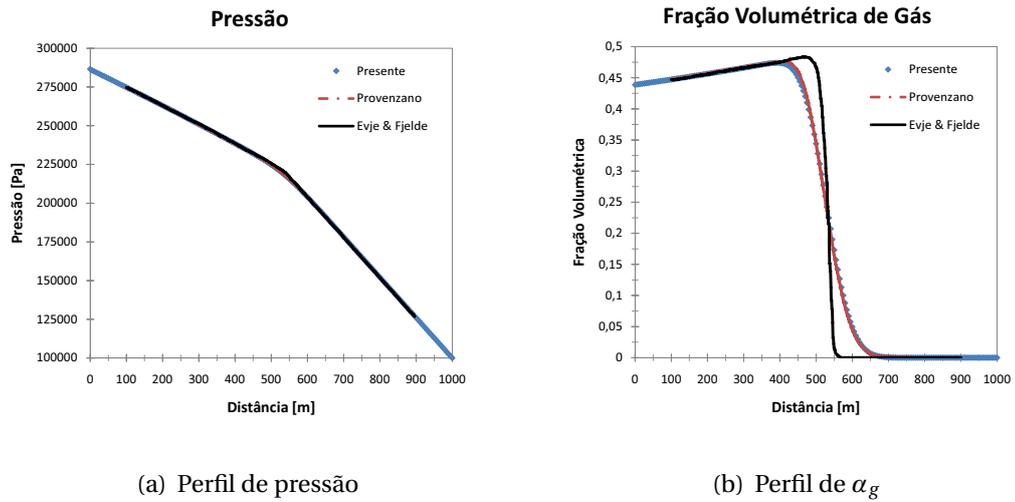


Figura 10: Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle.

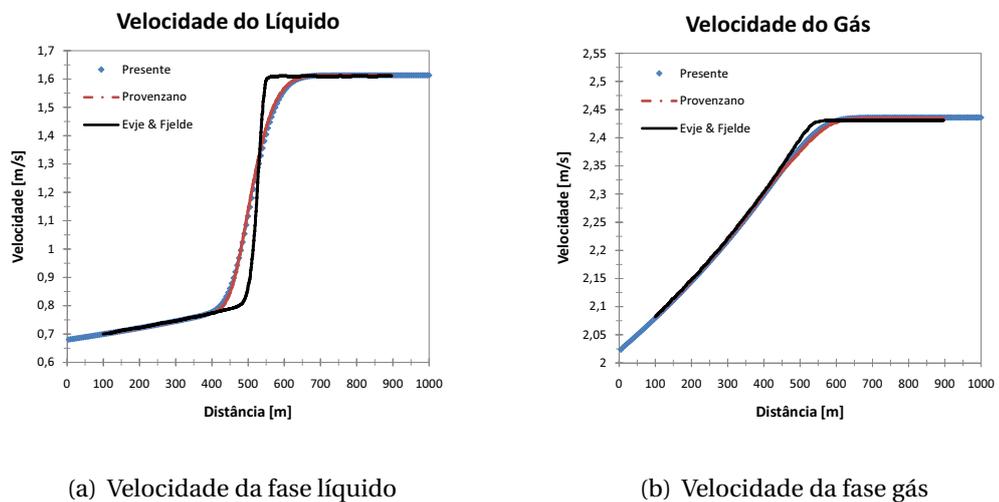


Figura 11: Resultados obtidos para velocidade.

Na formulação proposta, foi possível resolver o problema com passos de tempo maiores que $\Delta t = 0,01s$. A solução do regime transiente com passos de tempo maiores fica menos precisa, mas acelera o processo de solução do problema (figura 12).

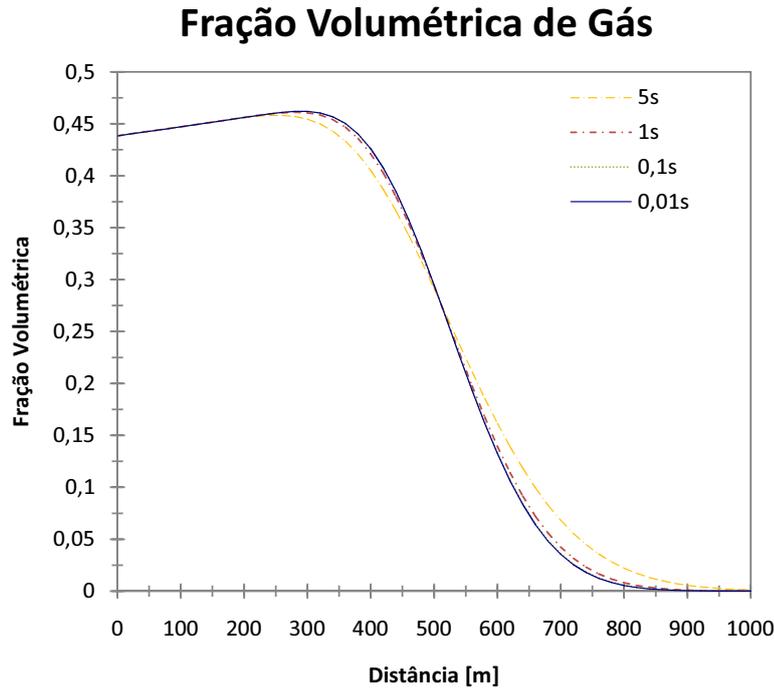


Figura 12: Resultados da fração volumétrica do gás para passos de tempo diferentes.

Observe que, até o tempo final imposto, os fluidos injetados na entrada atingem a metade do tubo (figura 10) e o perfil de pressão possui duas inclinações, na primeira parte corresponde a uma região onde há gás e líquido, logo tem um valor de viscosidade média que define um perfil de queda de pressão. Na segunda parte há apenas líquido, portanto apenas a viscosidade do líquido e queda de pressão diferente. As velocidades de gás e líquido possuem valores diferentes, que foram calculados a partir das equações do modelo *Drift Flux*. A velocidade da fase gás é maior que a do líquido devido aos parâmetros de deslizamento escolhidos, influenciando nos cálculos das expressões (3.16) e (3.17). É natural imaginar fisicamente que, em um escoamento, a fase gás move-se mais rapidamente do que a fase líquido.

5.1.2 Caso 2

No caso 2 os mesmos valores para C_0 e V_{gj} foram adotados mas alterou-se o perfil de entrada de massa. A figura 13 mostra como são os perfis agora. Para a fase líquida, o perfil é semelhante apenas com uma mudança no valor máximo, agora sendo $\dot{m}_l = 12,0 \frac{kg}{s}$. A fase gás possui entrada de massa durante certo tempo, crescendo de zero a 10 segundos até um valor máximo depois é decresce em 20 segundos até uma vazão nula. Tempo total de

simulação: 175 segundos, $\Delta t = 0,01s$.

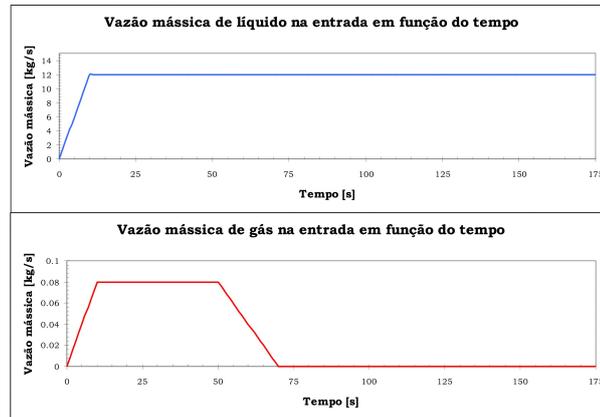
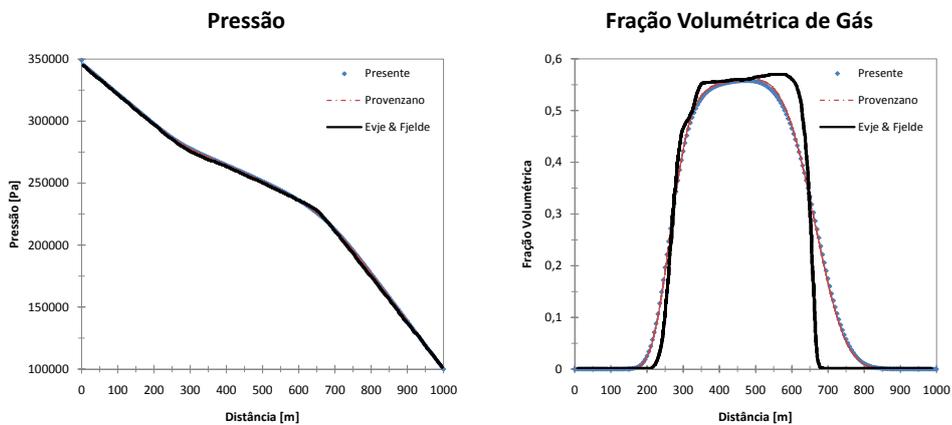


Figura 13: Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo (caso 2).



(a) Perfil de pressão

(b) Perfil de α_g

Figura 14: Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 175 segundos e 200 volumes de controle (caso 2).

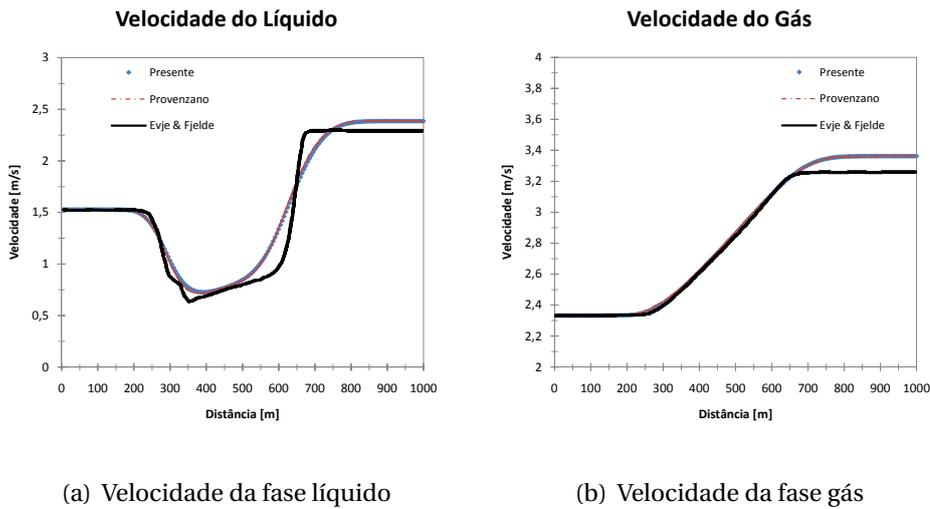


Figura 15: Resultados obtidos para velocidade (caso 2).

Este caso teve como objetivo testar se o modelo converge quando há o desaparecimento da fase gás. Portanto, após entrar gás por dado tempo, essa quantidade de gás deve ir de deslocando na forma de um pulso ao longo do tubo, como acontece na figura 14.

5.1.3 Caso 3

O perfil de entrada de massa para o caso 3 está mostrado na figura 16. O valores dos parâmetros do modelo *Drift Flux* agora são

$$C_0 = 1,0 \text{ e } V_{gj} = 0 \frac{m}{s}$$

O objetivo, neste caso, é estudar o modelo com o desaparecimento da fase líquida ($\alpha_g = 1$) através da variação dos perfis de entrada de massa. Os resultados são apresentados nas figuras 17 e 18. Tempo total de simulação: 250 segundos, $\Delta t = 0,01s$. Observe que os resultados apresentados por Evje e Fjelde (2003) representam melhor as frentes de fração volumétrica. Isso ocorre porque os esquemas de interpolação espaciais e temporais adotados por eles foram esquemas de segunda ordem. No presente trabalho, fez-se uso apenas de esquemas de primeira ordem, da mesma forma que Provenzano (2007), resultando em perfis mais suaves.

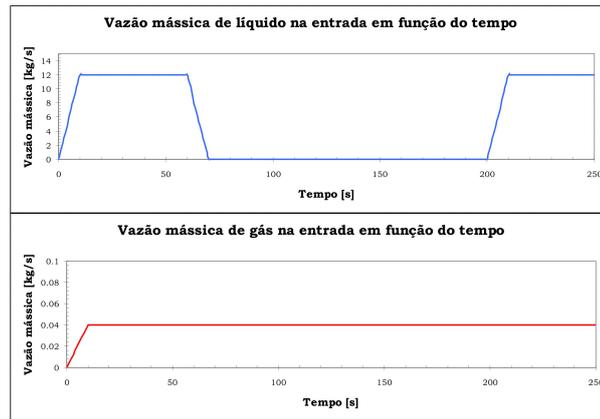
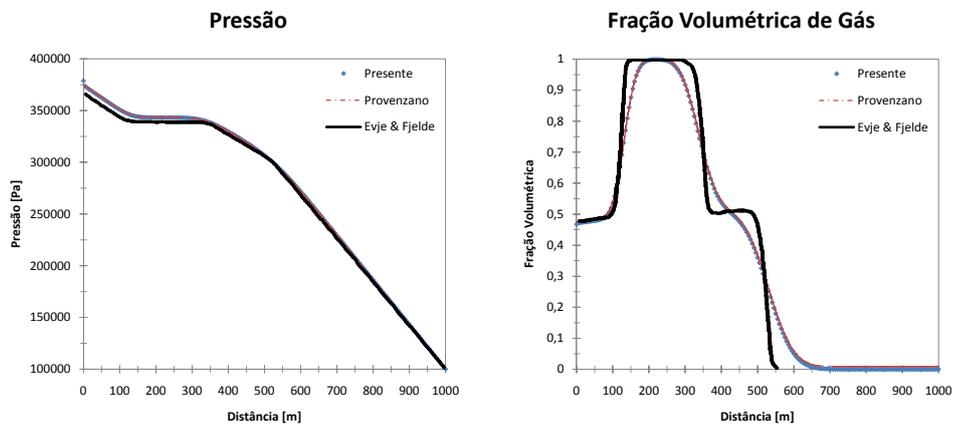


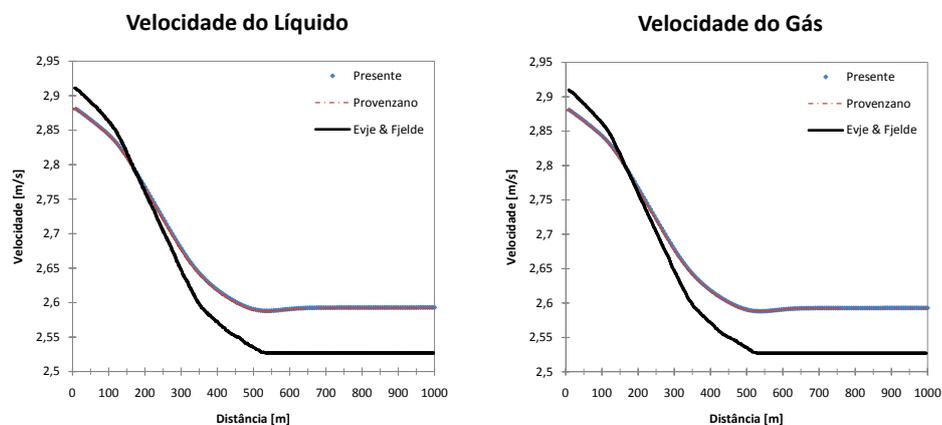
Figura 16: Perfil na entrada do fluxo de massa de cada fase em função do tempo para o caso 3.



(a) Perfil de pressão

(b) Perfil de α_g

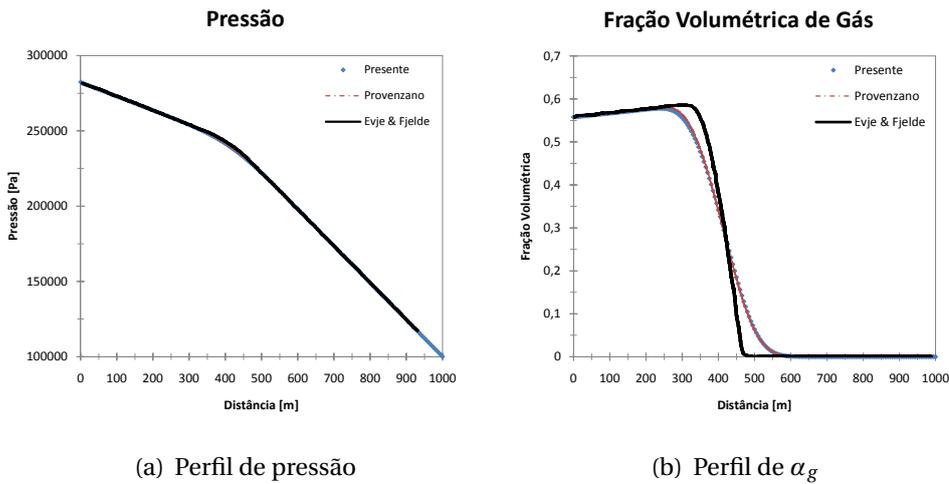
Figura 17: Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle (caso 3).



(a) Velocidade da fase líquido

(b) Velocidade da fase gás

Figura 18: Resultados obtidos para velocidade (caso 3).



(a) Perfil de pressão

(b) Perfil de α_g

Figura 19: Resultados obtidos ao longo do tubo para o tempo de 250 segundos e 200 volumes de controle para o caso 4.

5.1.4 Caso 4

Agora os perfis de entrada de massa são os mesmos do caso 1 (figura 9), mudando apenas os parâmetros do modelo *Drift Flux*,

$$C_0 = 1,0 \text{ e } V_{gj} = 0,5\sqrt{1-\alpha_g} \frac{m}{s}$$

O objetivo deste caso é estudar se o modelo consegue resolver o problema para o caso de correlações mais complexas. O uso de correlações que dependem de variáveis base do problema torna possível analisar se o método de Newton é robusto o bastante para atingir a convergência, já que o problema tornou-se mais não-linear. Note que, ao ser estabelecido $C_0 = 1$, tem-se que $\bar{V}_{gj} = V_{gj}$ (equação (3.15)). Isso faz com que apenas a fração volumétrica de gás influencie os termos de *drift* das equações de conservação. Resultados são apresentados nas figuras 19 e 20.

5.1.5 Caso 5

Este último caso possui o mesmo perfil de entrada de massa do caso 2 (figura 13) e usa os mesmos parâmetros de *drift* do caso 4,

$$C_0 = 1,0 \text{ e } V_{gj} = 0,5\sqrt{1-\alpha_g} \frac{m}{s}$$

a fim de avaliar se o modelo funciona bem com o desaparecimento de uma das fases e uma correlação mais complexa para a velocidade de *drift*. Resultados são apresentados nas figuras 21 e 22.

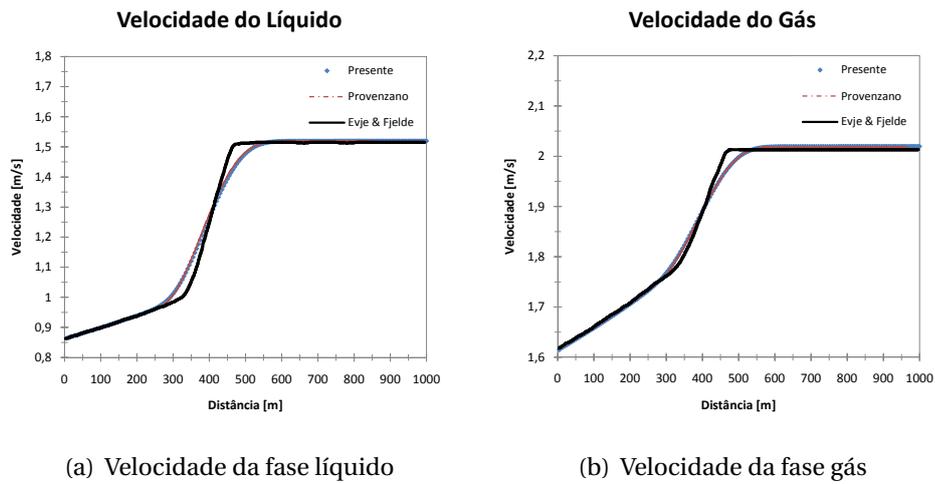


Figura 20: Resultados obtidos para velocidade no caso 4.

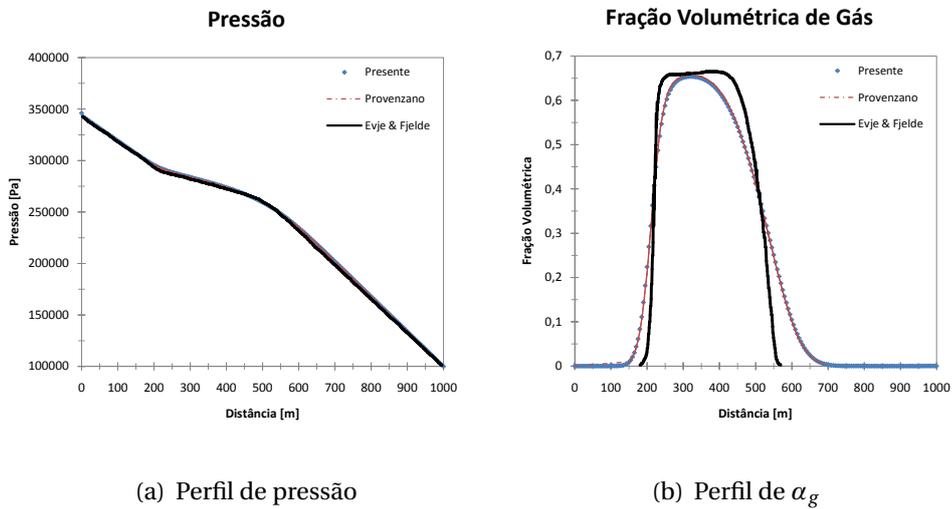


Figura 21: Resultados para o caso 5. Tempo total de 175 segundos e 200 volumes.

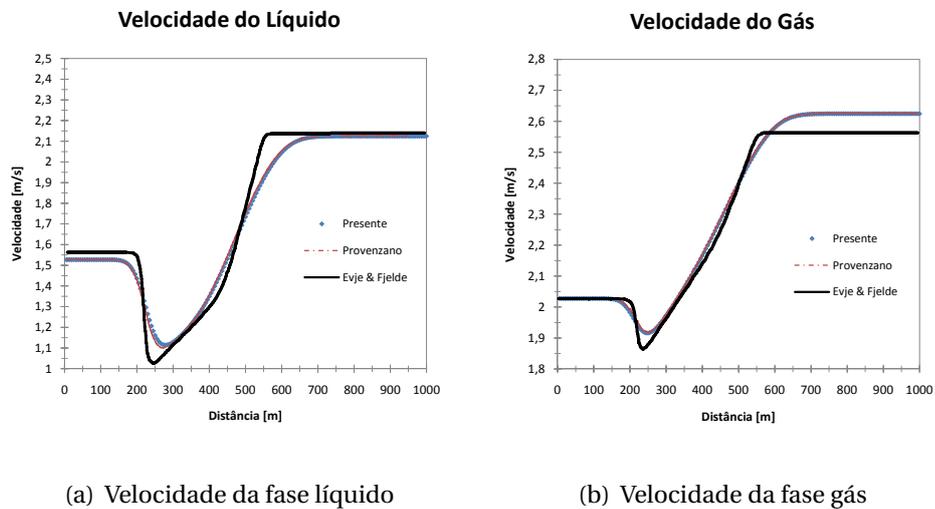


Figura 22: Resultados obtidos para velocidade de gás e líquido no caso 5.

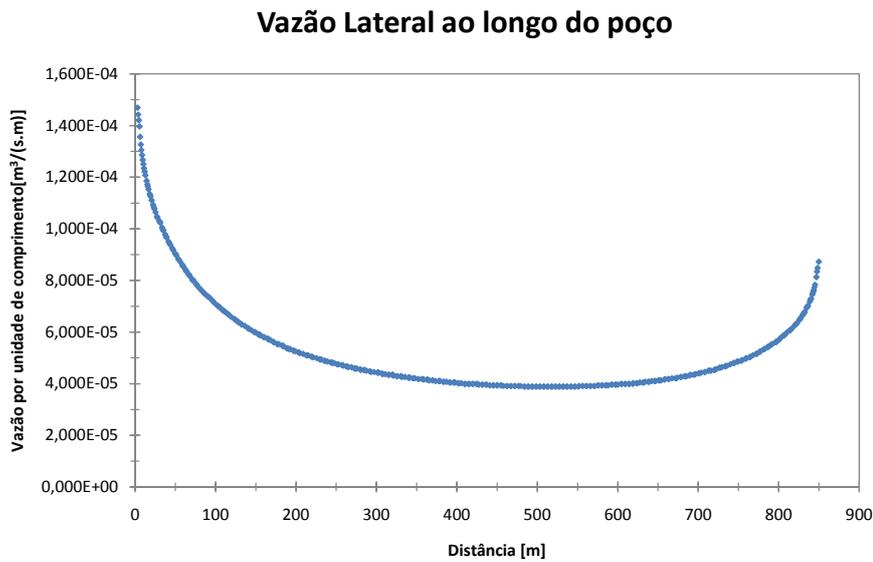


Figura 23: Perfil de vazão ao longo do poço por unidade de comprimento.

5.2 EXEMPLO TRIFÁSICO

Nesta seção, o objetivo é estudar o modelo trifásico na situação real de um poço em um reservatório de petróleo. Para isso, um perfil de entrada de massa ao longo do poço é proposto, com o intuito de simular o petróleo escoando do reservatório para o poço. A vazão de fluido que entra pelas laterais do poço é mostrada na figura 23. Serão apresentadas quatro situações de entrada de massa: apenas óleo (monofásico); 1/2 água e 1/2 óleo (bifásico) e 1/3 água, 1/3 óleo e 1/3 gás (trifásico). Em todos os casos, as somas das vazões resulta no perfil da figura 23. Os resultados do campo de pressão serão comparados com aqueles apresentados por Sansoni Junior et al. (2007), no qual é resolvido um problema similar, porém tridimensional e monofásico, utilizando um *software* comercial. Os dados geométricos e propriedades físicas do escoamento são:

Parâmetros geométricos do tubo:

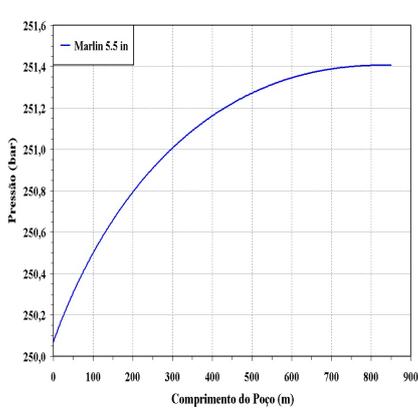
Comprimento do trecho horizontal do poço:	$L = 850\text{m}$
Diâmetro interno:	$D = 0,1397\text{m}$
Rugosidade absoluta:	$\varepsilon = 1,0 \times 10^{-4}\text{m}$

Propriedades de cada fase:

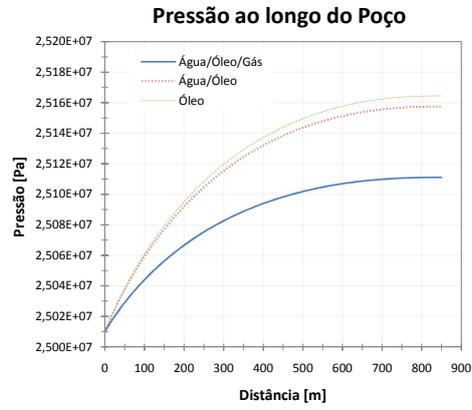
Massa específica do óleo:	$\rho_o = 934,0\text{ kg/m}^3$
Viscosidade do óleo:	$\mu_o = 6,0 \times 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Massa específica da água:	$\rho_w = 1000,0\text{ kg/m}^3$
Viscosidade da água:	$\mu_w = 1,0 \times 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Massa específica do gás:	$\rho_g = \frac{P}{a_g^2}\text{ kg/m}^3$
Velocidade do som no gás:	$a_g = 316\text{ m/s}$
Viscosidade do gás:	$\mu_g = 5,0 \times 10^{-6}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Pressão no calcanhar do poço:	$P = 250,1\text{ bar} = 250,1 \times 10^5\text{ Pa}$

Note que as viscosidades são consideradas constantes, bem como as densidade das fases óleo e água e o escoamento é isotérmico em regime permanente. O fator de atrito f é calculado a partir da correlação de *Churchill*, eq. (2.3). Os parâmetro de *drift* entre gás e líquido são os mesmos do caso 1 bifásico ($C_0 = 1,2$ e $\bar{V}_{gj} = 0.5\text{ m/s}$) e foi adotada a opção de não escorregamento entre as fases óleo e água ($C_0 = 1,0$ e $\bar{V}_{ow} = 0$), logo, ambas as fases se movem com mesma velocidade ($v_o = v_w = v_l$).

Os resultados para as três situações, além da referência para o monofásico, são mostrados na figura 24. Houve boa concordância entre o perfil monofásico unidimensional e o perfil de referência tridimensional, sendo que a pequena diferença está relacionada com a escolha da correlação para o fator de atrito, bastante importante nesse caso. Para os casos bifásico e trifásico, a queda de pressão ao longo do poço diminui, porque a viscosidade média do escoamento é menor, já que a água e o gás são fluidos menos viscosos. A figura 25 apresenta as frações volumétricas de cada fase ao longo do poço (para o caso trifásico). Como o gás se move mais rapidamente, apesar de estar sendo injetado na mesma proporção em volume, sua fração volumétrica é menor, ou seja, há maior produção de gás. As fases água e óleo estão sempre com mesma proporção de fração volumétrica, já que não há deslizamento entre elas. A figura 26 também mostra uma análise do comportamento da solução com o refino da malha. Perceba que o campo de pressões vai diminuindo, com o aumento do refino, até um valor assintótico.



(a) Modelo de referência monofásico e tridimensional. (SANSONI JUNIOR et al., 2007).



(b) Resultados obtidos no presente trabalho para diferentes tipos de escoamento (monofásico, bifásico e trifásico).

Figura 24: Perfis de pressão ao longo do poço, resultados com 200 volumes de controle.

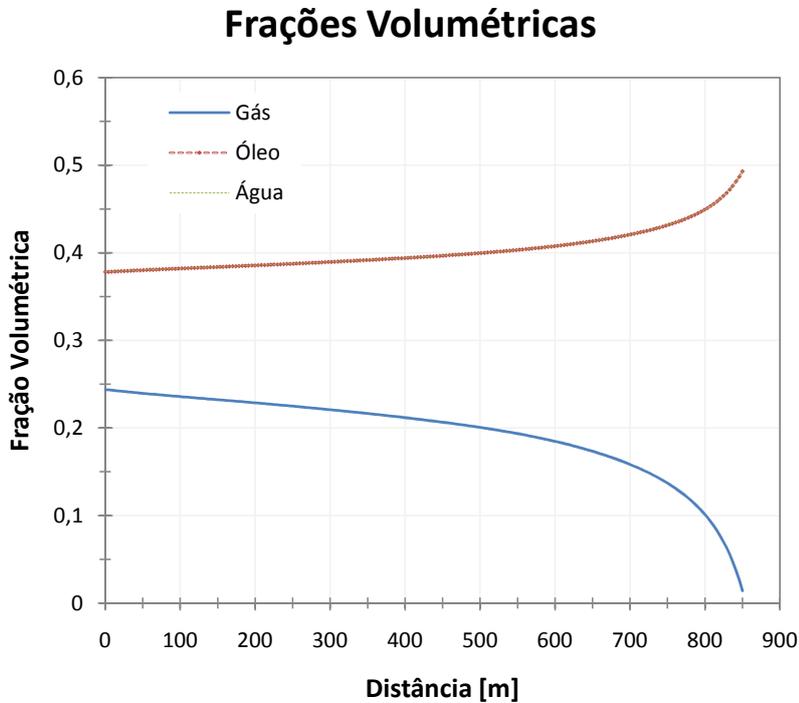


Figura 25: Frações volumétricas de cada fase para o caso trifásico com 200 volumes de controle.

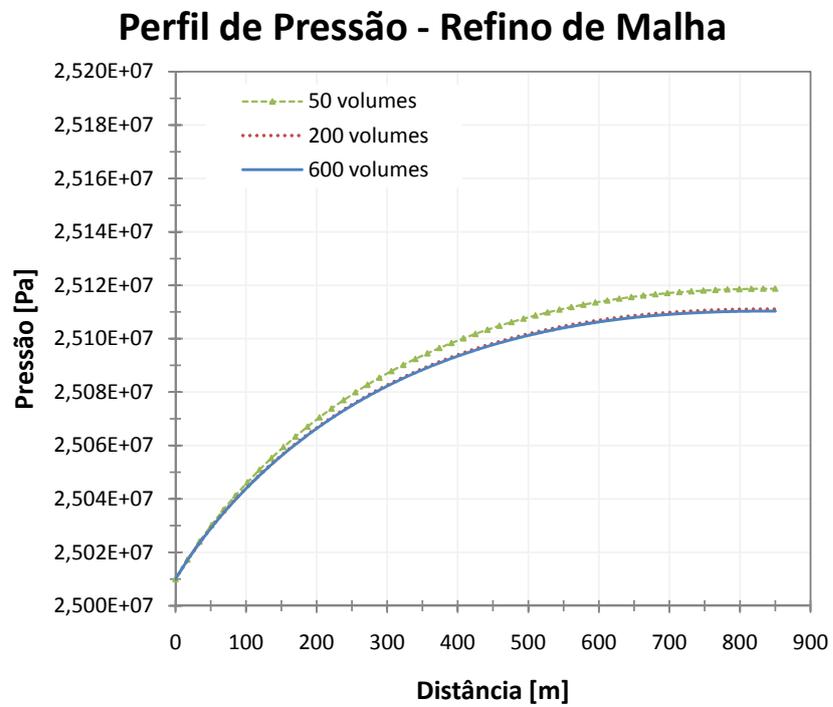


Figura 26: Perfil de pressão ao longo do poço para diferentes refinamentos de malha.

6 CONCLUSÕES

6.1 SÍNTESE DOS RESULTADOS

As comparações do caso bifásico feitas com Provenzano (2007) e Evje e Fjelde (2003) indicam que os resultados estão de acordo e a metodologia proposta resolve adequadamente os casos apresentados. Todos os resultados também foram obtidos com passos de tempo maiores ($\Delta t = 1s$, por exemplo), permitindo atingir o final do transiente de maneira mais rápida. Claro que, como consequência, os perfis ficam mais suaves, diminuindo a precisão do resultado transiente, como pode ser percebido nos resultados do presente trabalho se comparando aos de Evje e Fjelde (2003) que, como já ressaltado, utiliza esquemas de interpolação espaciais e temporais de segunda ordem. Contudo, em consequência disso, o esquema se limita a pequenos passos de tempo.

Se o objetivo do problema é o regime permanente, o resultado independe do passo de tempo utilizado. Nesses casos, é desejável maiores passos de tempo, já que o resultado do transiente não é de interesse. Um dos objetivos deste trabalho é o uso de maiores passos de tempo, já que no acoplamento poço-reservatório, o passo de tempo do reservatório é da ordem de dias, enquanto que o regime permanente do escoamento no poço é da ordem de segundos.

Para os testes do modelo trifásico, nota-se que, se for escolhida uma correlação adequada para o fator de atrito na parede, é plausível a aproximação do poço em um domínio unidimensional, com entrada de massa lateral. Os perfis de queda de pressão ficaram bastante próximos à referência, que considerava um domínio tridimensional e, portanto, resolve o escoamento de forma muito mais detalhada, resolvendo o escoamento desde a parede do duto com entrada de massa até o centro.

No teste com três fases, com escorregamento apenas entre gás e líquido, os campos de frações volumétricas foram fisicamente consistentes com as condições de que a fase gás se move mais rapidamente e, desta forma, resulta em um menor valor de fração volumétrica de gás no interior do poço.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Resolver a equação da energia, a fim de estudar como variam as propriedades ao longo do poço;
- Estudar correlações de drift mais complexas, para diferentes regimes de escoamento multifásico;
- Analisar a transferência de massa entre fases (gás e óleo, por exemplo);
- Aplicar variações do Método de Newton no problema. Tais como Newton Modificado, Newton Inexato, etc.;
- Estudar modelos *Drift Flux* para casos em que há fases escoando em sentidos diferentes, como em certas situações de poços inclinados;
- Acoplar este algoritmo de solução do poço a um simulador de reservatórios e estudar técnicas de otimização para melhor localização dos poços injetores e produtores, com o objetivo de alcançar máxima produção de óleo.
- Estudar formas de maximizar o passo de tempo no presente modelo, avaliando os termos importantes das equações, etc.

6.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal intenção em obter um simulador multifásico de poços horizontais é possibilitar o acoplamento deste simulador a um simulador de reservatórios de petróleo para alcançar a solução acoplada entre poço e reservatório. Para isso, era fundamental obter um algoritmo que resolvesse o escoamento multifásico em regime permanente de forma rápida, fornecendo um perfil de queda de pressão ao longo do poço. A pressão ao longo do poço é a condição de contorno para o simulador do reservatório. Este, por sua vez, resolve as equações de *Darcy* calculando os campos de pressão e saturação no reservatório e, em seguida, calcula qual a vazão que entra em cada completação do poço, em função das pressões obtidas no reservatório e a pressão calculada no poço. Essa é uma maneira de resolver, de forma acoplada, a solução entre poço e reservatório, produzindo uma ferramenta capaz de fornecer informações para análise e projeto de poços em reservatórios. Permitindo estudar diferentes formas de completação, definição do comprimento e posicionamento de um ou vários poços em um reservatório de petróleo

REFERÊNCIAS

- BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 3rd. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- CUNHA, A. R. da. *Uma metodologia para simulação numérica tridimensional de reservatórios de petróleo utilizando modelo black-oil e formulação em frações mássicas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 1996.
- EDWARDS, C. H. *Advanced Calculus of Several Variables*. [S.l.]: Dover, 1994.
- EVJE, S.; FJELDE, K. K. On a rough aasm scheme for a one-dimensional two-phase model. *Computer & Fluids*, v. 32, 2003.
- HASAN, A. R.; KABIR, C. S. A simplified model for oil-water flow in vertical and deviated wellbores. *SPE - Society of Petroleum Engineers*, n. SPE 49163, 1998.
- HIBIKI, T.; ISHII, M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2003.
- ISHII, M.; HIBIKI, T. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. [S.l.]: Springer Science, 2006.
- LUCIANETTI, R. M. *Métodos de Krylov-Newton Aplicados à Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2000.
- MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. 2ª. ed. [S.l.]: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004.
- PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. [S.l.]: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- PROVENZANO, C. E. C. *Previsão Numérica de Escoamento Bifásico em Tubulações Utilizando o Modelo de Deslizamento*. Dissertação (Mestrado) — PUC - Rio de Janeiro, 2007.
- SANSONI JUNIOR, U. et al. Estudo do acoplamento poço-reservatório: Uso de ferramentas de CFD para análise do escoamento no entorno do poço. *Boletim Técnico da Produção de Petróleo - PETROBRAS*, Volume 2, n. 2, p. 287–302, dezembro 2007.
- SHI, H. et al. Drift-flux modeling of multiphase flow in wellbores. *SPE - Society of Petroleum Engineers*, n. SPE 84228, 2003.