



SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DA DESCARGA DE JATOS POLUENTES EM UM MEIO ESTRATIFICADO

DIHLMANN, A., MALISKA, C.R. & SILVA, A.F.C.
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
C.P. 476 - 88049 - Florianópolis - SC



RESUMO

O comportamento térmico e hidrodinâmico da descarga de jatos poluentes em chaminés é de importância fundamental na previsão da poluição ambiental, especialmente quando a atmosfera apresenta estratificação com ocorrência do fenômeno da inversão térmica. Neste trabalho é apresentado um modelo numérico, bi-dimensional, axissimétrico para a previsão destas descargas térmicas. O modelo é validado através da solução do problema da convecção mista em um duto vertical e de um jato descarregado em um ambiente em repouso, cujos resultados experimentais são disponíveis. Para finalizar, o problema da descarga de um jato em uma atmosfera estratificada é resolvido.

INTRODUÇÃO

Atualmente, com o grande desenvolvimento dos computadores, com memória e velocidade de processamento cada vez maiores, uma das áreas grandemente beneficiadas foi a de simulação ou experimentação numérica. Especificamente, na área de mecânica dos fluidos e transferência de calor, nas quais os fenômenos físicos são governados por complexos sistemas de equações diferenciais parciais não lineares, tem sido grande o progresso na obtenção de resultados cada vez mais realistas.

Novas técnicas computacionais também surgiram, como por exemplo, o método dos volumes finitos, empregando sistemas de coordenadas generalizadas, permitindo grande facilidade no tratamento de geometrias irregulares, utilizando malhas que se adaptam ao domínio físico, evitando as interpolações das condições de contorno nas fronteiras.

Todo este desenvolvimento resulta em métodos de experimentação numérica de utilização relativamente simples e com grande confiabilidade, permitindo seu uso na engenharia, logo em situações mais práticas.

O objetivo principal do presente trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia numérica para a solução de problemas axissimétricos de transferência de calor, encontrados na descarga de jatos de chaminés. Descargas de jatos através de chaminés constituem-se em um grande elemento poluidor da atmosfera. O fenômeno da inversão térmica na atmosfera, impedindo a subida das descargas poluidoras, é a causa de situações críticas, do ponto de vista de poluição ambiental. A situação crítica de uma descarga poluente em uma atmosfera estratificada em repouso é o objetivo final do presente trabalho. Inúmeros outros problemas onde situações axissimétricas existem podem também ser resolvidos com a metodologia aqui apresentada, como é o caso de escoamentos de convecção forçada ou mista no interior de dutos de seção transversal qualquer.

A validação da metodologia é realizada resolvendo-se os problemas da convecção mista em um duto vertical, cujos resultados são comparados com os experimentais; do jato descarregado em um ambiente em repouso, também com comparação com resultados experimentais; e do jato com flutuação, descarregado em atmosfera linearmente estratificada.

METODOLOGIA NUMÉRICA

O sistema de equações governantes para o problema do escoamento laminar, incompressível, axissimétrico, considerando-se a aproximação de Boussinesq, escrito no sistema de coordenadas cilíndricas é dado pela Eq.(1). As expressões que assumem Γ^ϕ , P^ϕ , e S^ϕ para cada uma das equações de conservação

são dados na Tab. 1.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\rho r u \phi] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v \phi] + P^\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S^\phi \quad (1)$$

Tabela 1. Valores de Γ^ϕ , P^ϕ e S^ϕ .

ϕ	Γ^ϕ	P^ϕ	S^ϕ
1	0	0	0
u	μ	$\partial P / \partial r$	0
v	μ	$\partial P / \partial y$	$\rho g \beta (T - T_{ref})$
T	k/c_p	0	0

O método é escrito em coordenadas generalizadas, permitindo que as fronteiras se ajustem precisamente ao domínio físico do problema. A Fig. 1 esquematiza a transformação empregada.

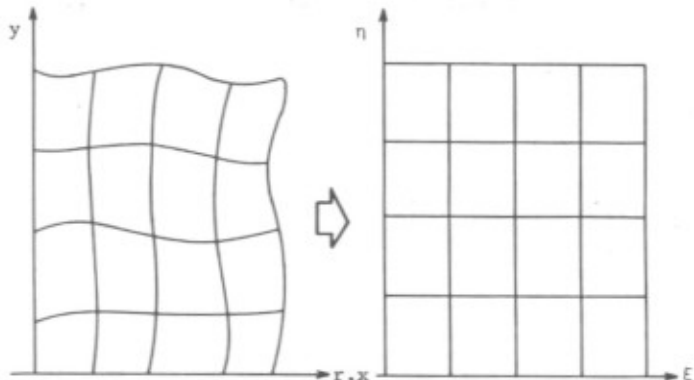


Figura 1. Transformação empregada.

As funções que relacionam o sistema de coordenadas cilíndricas com as do sistema transformado são

$$\xi = \xi(r, y) \quad e \quad \eta = \eta(r, y) \quad (2)$$

cuja matriz jacobiana e determinante são dados por

$$J = \begin{vmatrix} \xi_r & \xi_y \\ \eta_r & \eta_y \end{vmatrix}, \quad J = \det|J| = \xi_r \eta_y - \xi_y \eta_r \quad (3)$$

A transformação é obtida utilizando-se a regra da cadeia chegando-se ao seguinte sistema de equações no plano transformado

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} [\rho r U \phi] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} [\rho r V \phi] + P \dot{\phi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[r C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[r C_2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[r C_4 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[r C_5 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right] \\ &+ \bar{S} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (4)$$

onde as expressões que envolvem a pressão e o termo fonte são dadas na Tab. 2.

Tabela 2. Termos fonte e de pressão para ϕ .

ϕ	l	u	v	T
$\bar{S} \dot{\phi}$	0	0	$S \dot{\phi} / J$	0
$\bar{P} \dot{\phi}$	0	$P_\xi y_\eta - P_\eta y_\xi$	$P_\eta r_\xi - P_\xi r_\eta$	0

Nas Eqs. (4), U e V são as componentes contravariantes do vetor velocidade, responsáveis pelo transporte de massa através das fronteiras do volume de controle, dadas por

$$U = u y_\eta - v r_\eta \quad V = v r_\xi - u y_\xi \quad (5)$$

e

$$\begin{aligned} C_1 &= \Gamma \dot{\phi} J \alpha & \alpha &= r_\eta^2 + y_\eta^2 \\ C_2 &= -\Gamma \dot{\phi} J \beta & \beta &= r_\xi r_\eta + y_\xi y_\eta \\ C_4 &= \Gamma \dot{\phi} J \gamma & \gamma &= r_\xi^2 + y_\xi^2 \\ C_5 &= -\Gamma \dot{\phi} J \delta \end{aligned} \quad (6)$$

É importante observar que as expressões para as componentes da velocidade contravariante são idênticas àquelas obtidas da transformação feita a partir do sistema cartesiano. A equação diferencial transformada, por sua vez, apresenta o termo $1/r$ em todos os termos que contêm fluxos convectivos e difusivos [1].

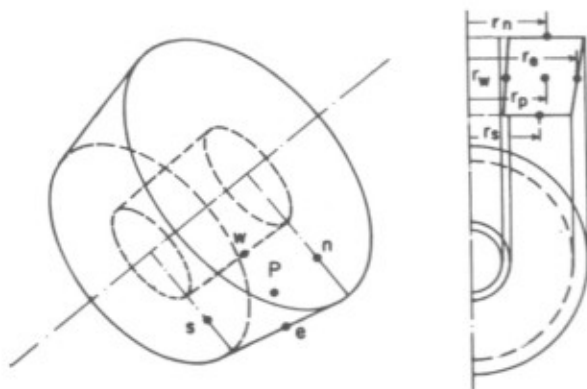


Figura 2. Volume de controle elementar.

Para a obtenção do sistema de equações algébricas, integra-se as Eqs. (4) no tempo e sobre o volume de controle elementar, apresentado na Fig.2.

Tomando como exemplo, o primeiro termo convectivo, temos

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\xi_w}^{\xi_n} \int_{\eta_s}^{\eta_n} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho r U \phi) 2\pi r_p \, d\eta d\xi dt = \quad (7)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\eta_s}^{\eta_n} [(\rho r U \phi)_e - (\rho r U \phi)_w] 2\pi r_p \, d\eta dt =$$

Considerando as propriedades constantes ao longo das faces

$$\int_t^{t+\Delta t} [(\rho r U \phi)_e - (\rho r U \phi)_w] 2\pi \int_{\eta_s}^{\eta_n} d\eta dt = \quad (8)$$

$$[(\rho r U \phi)_e 2\pi \Delta \eta - (\rho r U \phi)_w 2\pi \Delta \eta]^{t+\Delta t} =$$

onde $(\rho r U)_e = \dot{m}_e$ e $(\rho r U)_w = \dot{m}_w$ são os fluxos de massa nas faces. Dividindo toda a equação por 2π , a parcela aproximada fica

$$(\dot{m}_e \phi_e)^{t+\Delta t} \Delta t - (\dot{m}_w \phi_w)^{t+\Delta t} \Delta t \quad (9)$$

Expressões semelhantes são obtidas para as faces sul e norte.

Finalmente, para um escalar geral (u , v ou T), representado por ϕ , a equação aproximada fica

$$\begin{aligned} A_P \phi_P^{n+1} &= A_e \phi_E^{n+1} + A_w \phi_W^{n+1} + A_n \phi_N^{n+1} + A_s \phi_S^{n+1} + \frac{A_P \phi_P^n}{(1+E)} \\ &- L[\bar{P} \dot{\phi}] r_p \Delta \eta \Delta \xi + L[\bar{S} \dot{\phi}] r_p \Delta \eta \Delta \xi \end{aligned} \quad (10)$$

onde $L[]$ representa a aproximação numérica da quantidade entre colchetes.

A equação da conservação da massa é obtida fazendo-se $\phi = 1$ com todos os outros termos iguais a zero na Eq. (4), obtendo-se

$$(\rho r U)_e - (\rho r U)_w + (\rho r V)_n - (\rho r V)_s = 0 \quad (11)$$

O método para tratamento do acoplamento pressão-velocidade pode ser visto com detalhes em Maliska [2].

RESULTADOS NUMÉRICOS

A seguir são apresentados os dois casos simulados para a validação do modelo e um caso considerando a descarga de um jato em um meio estratificado que apresenta o fenômeno da inversão térmica.

Caso A. O problema resolvido foi o da convecção mista em um canal vertical de seção transversal circular com as paredes isotérmicas. As simulações foram realizadas para $Gr/Re = 0$, caracterizando o problema de convecção forçada pura e para $Gr/Re = 30$, caracterizando o problema de convecção mista. Os resultados foram comparados com os experimentais de Schmidt e Zeldin [3]. A Fig. 3 mostra a geometria do problema e as condições de contorno empregadas na sua solução.

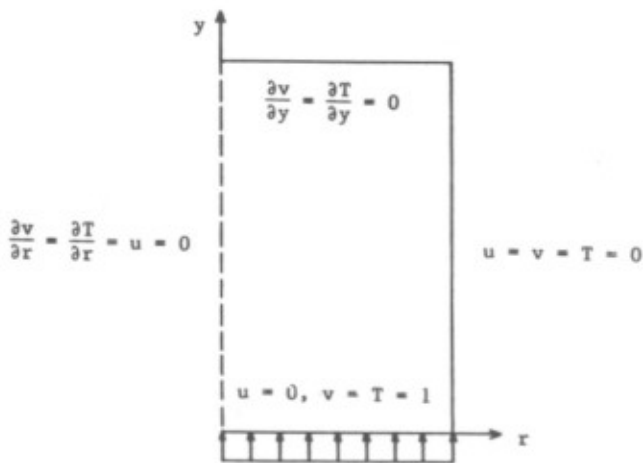


Figura 3. Geometria e condições de contorno para o caso A.

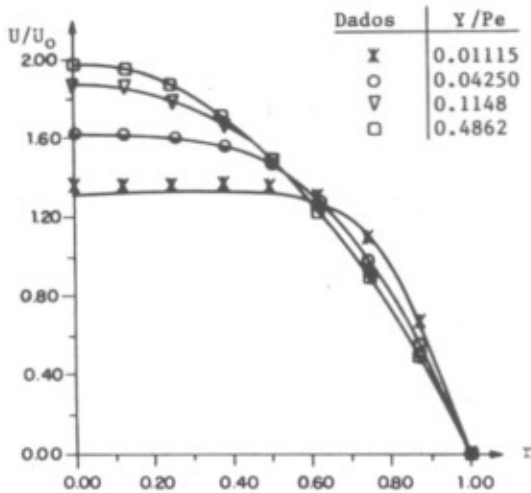


Figura 4. Perfis de velocidade - Convecção forçada.

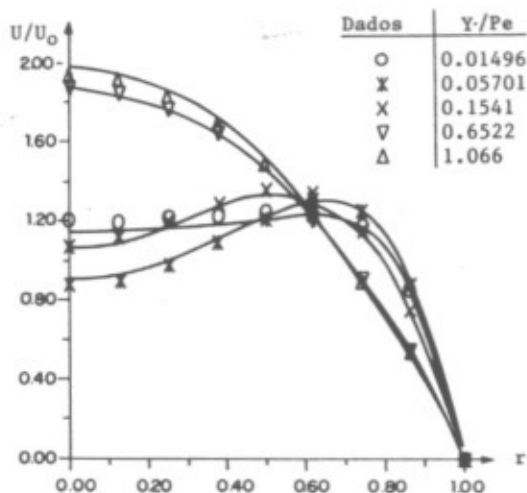


Figura 5. Perfis de velocidade - Convecção mista.

A Fig. 4 mostra os perfis de velocidade para diversas alturas, caracterizadas pelo número adimensional Y/Pe , onde $Y = y/r_0$, sendo y a coordenada axial e r_0 o raio do canal. U_0 é a velocidade de entrada do fluido no duto e r o raio adimensional. Uma muito pequena discrepância é observada para $Y/Pe = 0.01115$, entre os valores numéricos e experimentais. Provavelmente esta se deve ao fato da incerteza do tipo de perfil existente na entrada do duto vertical na expe-

rimentação. Para a simulação numérica o perfil reto foi adotado na entrada. O restante dos resultados são excelentes.

As Fig. 5 e 6 mostram os perfis de velocidade e temperatura para o caso da convecção mista. Os resultados numéricos, mais uma vez, conferem bem com os experimentais.

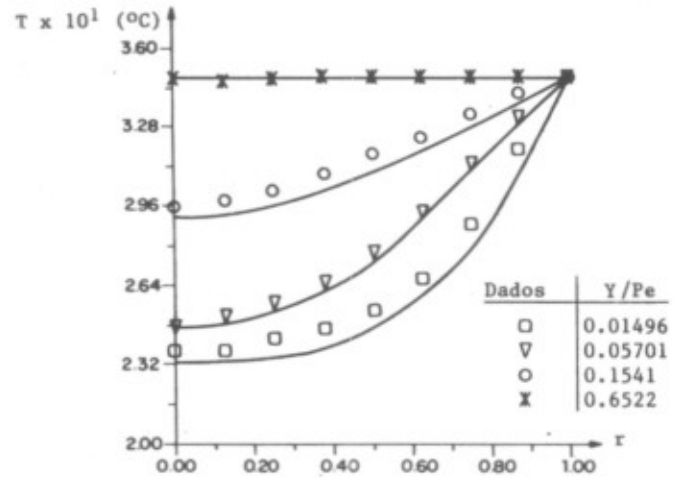


Figura 6. Perfis de temperatura.

Caso B. Akaike e Nemoto [4] realizaram um experimento e simularam numericamente um jato d'água descarregado num ambiente suficientemente grande, através de um tubo e de um bocal de seção circular. Para comparação foram utilizados dados experimentais obtidos para o bocal, de diâmetro 10 mm, para $Re = 158$, onde Re é definido usando-se o diâmetro do bocal e a velocidade média na saída deste. Foram medidas as velocidades ao longo da linha de centro, utilizando-se o parâmetro adimensional $\bar{X} = (x/d) \cdot (1/Re)$, onde d é o diâmetro do bocal e x a distância até o local da medição.

Na Fig. 7 a linha contínua representa os resultados deste trabalho comparados aos do experimento.

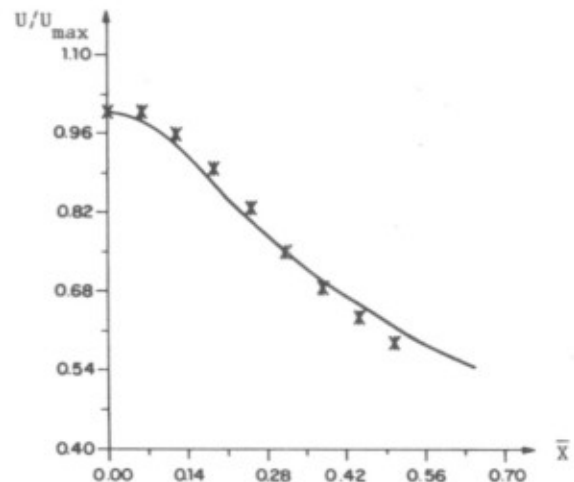


Figura 7. Velocidade ao longo da linha de simetria.

Também foram medidas velocidades na direção radial para algumas distâncias do bocal. A Fig. 8 apresenta a comparação dos resultados, onde U é a velocidade relativa àquela existente na linha de centro para a mesma altura; $R_2 = r/r_2$, onde r é a dimensão física e r_2 é o meio-raio; e $X_d = x/d$, já definidos.

Os resultados numéricos apresentam boa concordância, notando-se que o perfil obtido para $X_d = 6$ coincide com o apresentado por Akaike e Nemoto, equacionado por Schlichting [5], para maiores distâncias.