

UTILIZAÇÃO DE MALHAS ADAPTATIVAS EM PROBLEMAS COM RECIRCULAÇÃO

por

A.A.Uilson de Souza¹, e C.R.Maliska²

RESUMO -- No contexto do método dos volumes finitos, é apresentado um esquema de malha adaptativa para a solução das equações de transporte, que realimenta a solução do sistema de equações do problema hidrodinâmico, gerando iterativamente linhas coordenadas que se alinham às linhas de corrente do escoamento. Esta metodologia foi utilizada para a solução do escoamento entre duas placas planas paralelas com um ângulo de 90°, sendo investigada a influência do grau de refinamento da malha na solução com e sem malha adaptada. Em regiões de recirculação é proposta uma estratégia de geração de malha.

INTRODUÇÃO

Soluções de escoamento usando malhas adaptativas, em diferenças finitas, têm sido reportadas na literatura recente como os trabalhos de Thompson (1982), Smith (1980), Hindman (1983), Mastin e Thompson (1983), Ghia, Ghia e Shin (1981), Piva, Di Carlo, Favini e Guj (1982), Arina (1986), Anderson (1989).

No contexto do método de volumes finitos é proposto, no presente trabalho, um esquema de malha adaptativa para a solução das equações de transporte. A adaptação da malha ocorre em função da realimentação da solução do sistema de equações do problema hidrodinâmico, gerando iterativamente linhas coordenadas que se alinham às próprias linhas de corrente do escoamento.

A adaptação da malha às linhas de correntes do escoamento resulta, portanto, no alinhamento do vetor velocidade a uma das linhas coordenadas, possibilitando desta forma minimizar os erros de difusão numérica na solução de problemas fortemente convectivos. No problema teste escolhido aparece o problema da recirculação, para o qual estabeleceu-se uma estratégia para o seu tratamento, quando da adaptação da malha.

Professor de Engenharia Química, Universidade Federal de Santa Catarina, C.P. 476 - Campus Universitário Trindade CEP 88049 Florianópolis - SC - Brasil

Professor de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, C.P. 476 - Campus Universitário Trindade CEP 88049 Florianópolis - SC - Brasil

Foi investigado o grau de refinamento e a adaptação da malha, para o caso teste de escoamento entre duas placas planas paralelas em ângulo de 90°, sendo as soluções dos casos estudados, em duas seções escolhidas ao longo do domínio de cálculo, apresentadas para comparação entre os resultados obtidos com e sem adaptação da malha. O tempo de CPU para obtenção das soluções, com malha fixa e adaptativa também é relatado.

FORMULAÇÃO PROPOSTA

As equações de conservação da massa e quantidade de movimento, para um escalar ϕ , escritas no sistema de coordenadas, (ξ, η) , que se adaptam às fronteiras ao contorno do problema, são dadas por

$$\begin{aligned} (\partial(\rho\phi)/\partial t)/J + \partial(\rho U\phi)/\partial\xi + \partial(\rho V\phi)/\partial\eta + \hat{P}^\phi = \hat{S}^\phi + \\ + \partial [C_1\partial\phi/\partial\xi + C_2\partial\phi/\partial\eta] / \partial\xi + \partial [C_2\partial\phi/\partial\xi + C_4\partial\phi/\partial\eta] / \partial\eta \end{aligned} \quad (1)$$

sendo que α, β, γ são componentes do tensor métrico, J é o Jacobiano da transformação.

Interpolação das variáveis na faces do volume de controle

No presente trabalho, é utilizada uma função de interpolação com suporte nas leis de conservação levando-se em conta a influência dos termos convectivo, difusivo, de pressão e fonte. Esta função é obtida escrevendo-se a equação da conservação da quantidade de movimento para a face do volume de controle, dada pela equação

$$\rho U \partial\phi / \partial\xi = C_1 \partial^2\phi / \partial\xi^2 + B^\phi \quad (2)$$

onde B^ϕ é dado por

$$B^\phi = \hat{S}^\phi + C_4 \partial^2\phi / \partial\eta^2 - \rho V \partial\phi / \partial\eta - \hat{P}^\phi \quad (3)$$

A equação (2) contém as informações dos termos difusivo e convectivo, na direção η , e a influência do termo fonte e de pressão no coeficiente B^ϕ . Adimensionalizando-se a equação (2) conforme proposto por Ulson de Souza e Maliska (1990), obtém-se

$$-Pe^* \partial\phi / \partial\xi^* + \partial^2\phi / \partial\xi^{*2} + B^{\phi*} = 0 \quad (4)$$

cuja solução, para a face leste, é dada por

$$\phi_e = a_p^e \phi_p + a_e^e \phi_E + b^e B_e^{\phi^*} \quad (5)$$

onde,

$$a_p^e = [\exp(Pe^*) - \exp(Pe^*/2)] / [\exp(Pe^*) - 1] \quad (6)$$

$$a_e^e = [\exp(Pe^*/2) - 1] / [\exp(Pe^*) - 1] \quad (7)$$

$$b^e = \{ [1 - \exp(Pe^*/2)] / [\exp(Pe^*) - 1] + 1/2 \} / Pe^* \quad (8)$$

e,

$$B_e^{\phi^*} = \{ C_4 [\phi_N + \phi_{NE} + \phi_{SE} + \phi_S - 2\phi_E - 2\phi_P] / 2 - \rho V [\phi_{NE} + \phi_N - \phi_{SE} - \phi_S] / 4 \} / C_1 - [P_e^{\phi^*}] / C_1 \quad (9)$$

Substituindo-se as expressões para avaliação da propriedade ϕ nas faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle, na equação (1), integrada sobre os volumes de controle, obtém-se

$$a_p \phi_p = a_e \phi_E + a_w \phi_W + a_n \phi_N + a_s \phi_S + a_{ne} \phi_{NE} + a_{nw} \phi_{NW} + a_{se} \phi_{SE} + a_{sw} \phi_{SW} + b_p \quad (10)$$

O arranjo de variáveis desconstruídas foi adotado no presente trabalho, sendo o acoplamento pressão-velocidade resolvido utilizando-se o método PRIME, descrito por Maliska (1981).

Geração de malhas

Com o objetivo de minimizar os efeitos da difusão numérica, devido ao não alinhamento do vetor velocidade com as linhas da malha, neste trabalho é proposta a utilização de linhas coordenadas orientadas ao longo das linhas de corrente do problema físico em questão.

A partir da definição de função corrente, chega-se à seguinte expressão no plano transformado:

$$d\psi = U d\eta - V d\xi \quad (11)$$

onde U e V são as componentes contravariante, sem normalização métrica, do vetor velocidade.

Integrando-se a equação (11), ao longo de todo o domínio, obtém-se a distribuição do campo da função de corrente, e conseqüentemente, as linhas de ψ constante, ou seja, as linhas de corrente que darão origem aos novos valores da coordenadas ξ . As linhas na direção η foram mantidas

invariantes no caso estudado.

A estratégia escolhida para o tratamento de problemas com recirculação, quando da adaptação da malha, foi a criação de um algoritmo para a identificação da existência de recirculações e a eliminação das mesmas através de interpolações entre as linhas de corrente que tangenciam as recirculações e o contorno do problema físico.

RESULTADOS OBTIDOS

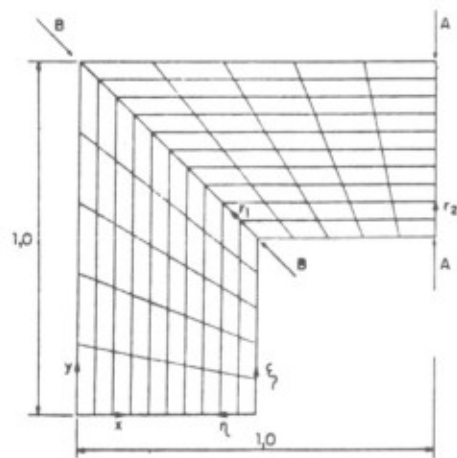
O problema em estudo no presente trabalho é o escoamento entre duas placas planas paralelas com ângulo de 90°, com entrada de massa na face oeste e saída da face leste, sendo as faces norte e sul impermeáveis.

Este problema foi resolvido para um perfil de velocidade na entrada unitário e uniforme, com $Re = 1000$, sendo que o número de Reynolds é calculado baseado na velocidade unitária de entrada e na distância existente entre as duas placas. A malha inicial proposta para a obtenção da solução e a malha obtida após quatro iterações são apresentadas na FIGURA 1a e 1b, respectivamente. Os dados obtidos com as malhas 10x10, 20x20 e 60x60, assim como os obtidos com a malha 10x10 após quatro adaptações, para as duas seções escolhidas do problema em estudo (linhas a e b, da FIGURA 1a), são apresentados na FIGURA 2 e na FIGURA 3.

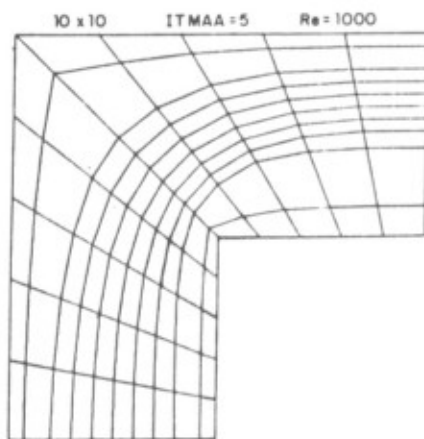
Observa-se, na FIGURA 2a, que os resultados obtidos com a malha 10x10 adaptada apresentam boa concordância com os resultados obtidos utilizando-se uma malha 20x20. O bom desempenho da adaptação da malha pode ser observado na FIGURA 2b, onde os resultados obtidos com a malha 10x10 adaptada distanciam-se dos resultados obtidos com a malha 10x10 inicial, aproximando-se marcadamente da solução obtida com a malha refinada 60x60. A melhoria alcançada na obtenção da solução com adaptação da malha também é evidenciada quando se emprega a formulação WUDS, proposta por Raithby e Torrance (1974), embora, comparativamente à formulação proposta, apresente menor concordância com os resultados obtidos com a malha 60x60, conforme ilustra a FIGURA 2c.

Na FIGURA 3a, pode ser observado que, fora das regiões de recirculação, a solução obtida com malha 10x10 adaptada é melhor que a obtida com a malha 20x20. Na FIGURA 3b, verifica-se que a solução obtida com a malha 10x10 adaptada é melhor que a obtida com a malha 10x10 sem adaptação, ao longo da seção b. A FIGURA 3c mostra a boa concordância entre as soluções obtidas com malha 10x10 adaptada e a solução obtida com a malha refinada 60x60, apresentando pouca influência nos resultados quando a formulação WUDS e a formulação proposta são utilizadas.

O tempo de CPU necessário para a obtenção da solução do problema em estudo, com malha 10x10 sem adaptação, 20x20, 60x60 e 10x10 com adaptação

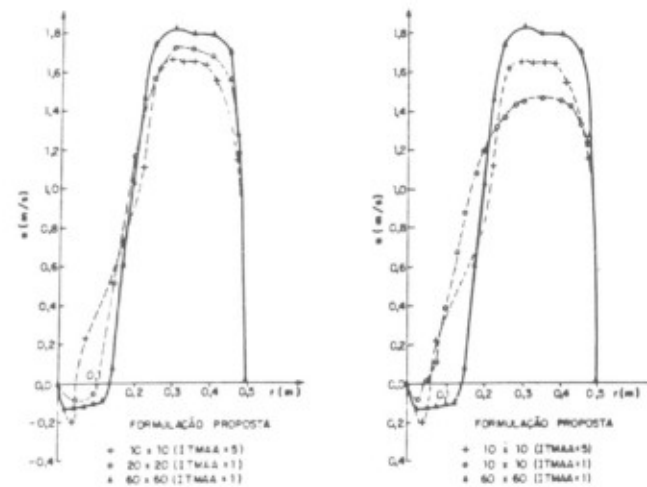


a) Malha inicial 10x10



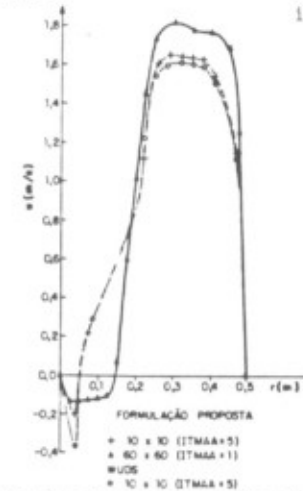
b) Malha 10x10, com quatro adaptações

FIGURA 1 . Malhas 10x10, com e sem adaptação, utilizadas para obtenção da solução deste problema teste, ilustrando as duas secções a e b escolhidas.



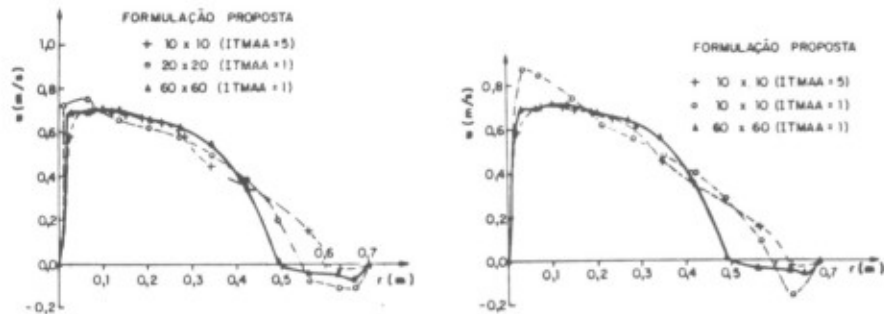
a) Solução obtida com malha 20x20

b) Solução obtida com malha 10x10 inicial



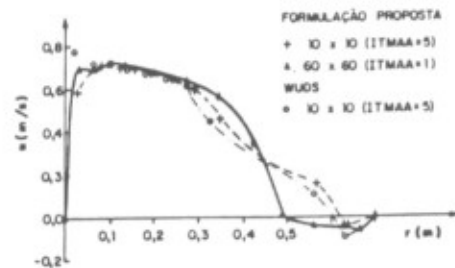
c) Solução obtida com WUDS após quatro adaptações

FIGURA 2 . Perfis da componente cartésiana da velocidade, u , ao longo da secção a.



a) Solução obtida com malha 20x20

b) Solução obtida com malha 10x10 inicial



c) Solução obtida com WUDS após quatro adaptações

FIGURA 3. Perfis da componente cartesiana de velocidade, u , ao longo da secção b .

é 15, 130, 4090 e 44 s, respectivamente, mostrando a economia de tempo de processamento quando se emprega a técnica de adaptação proposta.

CONCLUSÃO

A utilização de malhas adaptativas, ao longo das linhas de corrente, mostrou ser, neste caso estudado, uma estratégia eficiente para melhorar a qualidade da solução de problemas com convecção dominante. Além disto, as equações para avaliação da propriedade na face do volume de controle garantem o princípio da conservação, considerando a correta influência dos efeitos convectivo, difusivo, de pressão e fonte.

A solução do problema em estudo, utilizando-se uma malha 10x10 com quatro adaptações, apresenta boa concordância com a solução obtida com a malha 20x20, com a vantagem de apresentar uma expressiva redução no tempo de CPU.

BIBLIOGRAFIA

- Anderson, D. A., "Application of Poisson Grid Generators to Problems in Fluid Dynamics", Finite Element Analysis in Fluids, UAH PRESS, Alabama, USA (1989).
- Arina, R., Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics, Hansh, Taylor (1986).
- Ghia, U., Ghia, K.N. and Skin, C. T., "Analysis of a Breaking Free-Surface Wave Using Boundary-Fitted Coordinates for Regions Including Reentrant Boundaries", Proceedings of Third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Paris, France (1981).
- Hindman, R. G., "A New Approach to Truly Adaptive Grid Generation", AIAA Paper n°83-0450, pages 1-12 (1983).
- Maliska, C. R., "A Solution Method Three Dimensional Parabolic Fluid Flow Problems in Nonorthogonal Coordinates", Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canadá (1981).
- Mastin, C. W. and Thompson, J. F., "Adaptive Grid Generated By Elliptic Systems", AIAA Paper n° 83-0451, pages 1-6 (1983).
- Piva, R., Di Carlo, A., Favini, B., Guj, G., "Adaptive Curvilinear Grids for Large Reynolds Number Viscous Flows", Lecture Notes in Physics, volume 170, pages 414-419 (1982).
- Raithby, G. D. and Torrance, K.E., "Upstream-weighted Differencing Schemes and their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Computers in Fluids, volume 2, pages 191-206 (1974).
- Smith, R. E., Ed., "Numerical Grid Generation Techniques" NASA Conference Publication 2166, NASA Langley Research Center (1980).
- Thompson, J.F., Ed., "Numerical Grid Generation", North-Holland (1982).
- Ulson de Souza, A. A., Maliska, C. R., "Um Esquema Numérico em Volumes Finitos para Minimização da Difusão Numérica", Anais do XI Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais Para a Engenharia, volume 1, pages 165-175 (1990).