

CONCLUSÃO

Descrevemos um método elíptico para geração de malhas tridimensionais sobre geometrias arbitrárias em coordenadas generalizadas, fazendo-se uso de três equações de Poisson.

Foram apresentados dois exemplos de aplicação do método descrito, sobre um duto arbitrário e parte frontal de um foguete.

Para visualizar malhas tridimensionais geradas há necessidade de um software capaz de efetuar rotações da malha, desenhar planos e blocos especificados e, principalmente, o desenho das regiões da malha que um observador tivesse condições de visualizar, isto é, omitir o desenho das regiões escondidas atrás da própria malha.

REFERÊNCIAS

- [1] Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A. and Mastin, C.W. "Numerical grid generation - foundations and applications". Elsevier Science Publishing Co., Inc., U.S.A., 1985.
- [2] Thompson J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W. "Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies". J. Comp. Phys., 15, p.299-319, 1974.
- [3] Maliska, C.R. "Solução numérica de problemas de transferência de calor e mecânica dos fluidos em coordenadas generalizadas". Anais do I Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, pp. 27-38 (1986).
- [4] Marchi, C.H. "Dedução de equações para discretização de domínios tri-dimensionais arbitrários em coordenadas generalizadas; relatório interno". SINMEC/EMC/UFSC, Florianópolis, agosto, 1988.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO SUPERSÔNICO INVÍSCIDO EM BOCAIS DIVERGENTES OPERANDO NO VÁCUO

Carlos Henrique Marchi

Laboratório de Atividades Espaciais (LAE)
Cx. P., 1648 - 88001 - Florianópolis - SC

INTRODUÇÃO

Utilizando uma metodologia numérica que é capaz de resolver escoamentos bidimensionais planos ou axissimétricos, em regime permanente, sobre geometrias arbitrárias para qualquer regime de velocidade, são efetuadas experimentações numéricas para o escoamento supersônico invíscido em bocais divergentes que operam no vácuo.

É resolvido o escoamento para bocais com razões de expansão (ϵ) de 3.51, 7.64 e 13.5, para número de Mach (M) 1.0 na entrada do bocal, e verifica-se o efeito do comprimento do bocal sobre o escoamento para $M = 2.0$ e $\epsilon = 3.51$.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema em análise é o escoamento supersônico, bidimensional axissimétrico, invíscido, em regime permanente, de ar, no interior de bocais divergentes que operam no vácuo.

Na Fig. 1 é apresentado a geometria do bocal, em estudo, e suas condições de contorno.

As equações governantes do problema são as equações de conservação da massa, da quant. de movimento nas direções z e r e da energia, representadas por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v\phi) = S\phi \quad (1)$$

onde ϕ e S^ϕ são mostrados na Tab. 1. A última eq. governante do problema é a eq. de estado dos gases perfeitos, dada por

$$p = \rho R T \quad (2)$$

formando um sistema de cinco equações a cinco incógnitas (ρ , u , v , p , T).

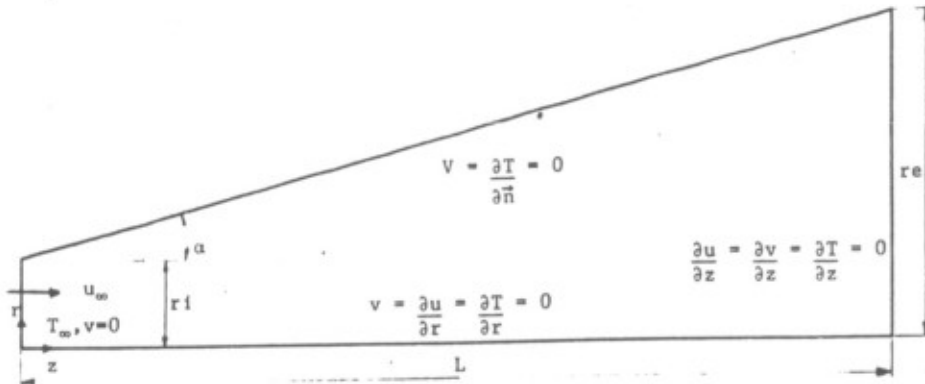


Figura 1. Geometria e condições de contorno do problema.

Tabela 1. Expressões para ϕ e S^ϕ .

Equação	ϕ	S^ϕ
massa	1	0
QM(z)	u	$-\frac{\partial p}{\partial z}$
QM(r)	v	$-\frac{\partial p}{\partial r}$
energia	T	$[\frac{\partial p}{\partial t} + v(p\bar{V}) - p\bar{V}] / c_p$

O valor das propriedades do ar utilizadas foram

$$T_\infty = 300 \text{ K}$$

$$\gamma = 1.4$$

$$\rho_\infty = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$R_{\text{ar}} = 287 \text{ J/kg-K}$$

$$p_\infty = 105 \text{ kPa}$$

A velocidade do som para estas condições resulta em 347 m/s.

METODOLOGIA PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA

A metodologia numérica utilizada na solução do problema é aquela desenvolvida por Silva e Maliska em [1].

As eq. governantes do problema (1) são transformadas para um sistema de coordenadas (ξ - η) que se ajusta às fronteiras do domínio de cálculo, permitindo resolver problemas sobre geometrias irregulares.

As eq. são discretizadas utilizando a técnica dos volumes finitos [2] e o esquema WUDS [3] para avaliação de ϕ nas faces dos volumes de controle.

Na metodologia numérica empregada [1], as eq. de conservação da quant. de movimento em z e r são utilizadas para resolver u e v ; a eq. da energia para resolver T ; a eq. de estado para p ; e a eq. de conservação da massa para p . Os quatro sistemas lineares que resultam da discretização das eq. são resolvidos segregadamente [4] através do método MSI [5].

O tempo é mantido nas eq. para servir como parâmetro de controle do processo iterativo de solução das equações.

A solução do problema foi considerada convergida para $\epsilon_p \leq 10^{-5}$ onde ϵ_p é a razão entre a máxima variação de pressão de um ponto, entre dois instantes de tempo, pelo gradiente máximo do campo de pressão no instante de tempo atual.

A malha utilizada foi de 50x20 volumes, gerada algebricamente, com Δz constante e, Δr constante ao longo de linhas de z constante.

RESULTADOS

As Fig. 2 a 4 apresentam as linhas de Mach constante para $M_\infty = 1.0$ e razões de expansão de 3.51, 7.64 e 13.5. A razão de expansão é definida como a razão entre a área de saída e a de entrada do bocal. O tempo de CPU para estes três casos foi de 272, 350 e 416 segundos.

respectivamente, num computador IBM 4381.

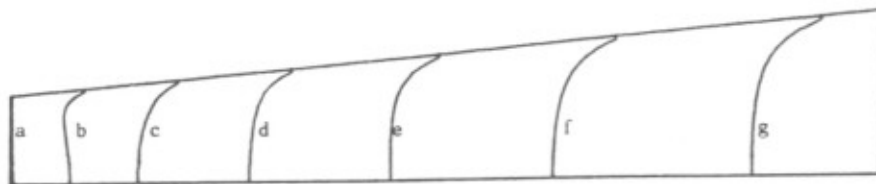


Figura 2. Linhas de Mach constante para $M_\infty = 1.0$, $\alpha = 5^\circ$,
 $\epsilon = 3.51$, $r_1 = 0.05$ m e $L = 0.5$ m (caso 1).

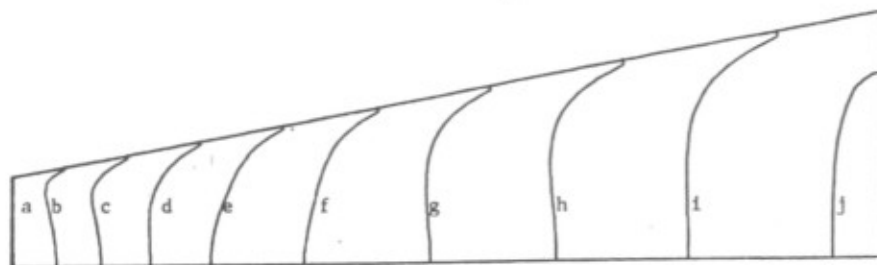


Figura 3. Linhas de Mach constante para $M_\infty = 1.0$, $\alpha = 10^\circ$,
 $\epsilon = 7.64$, $r_1 = 0.05$ m e $L = 0.5$ m (caso 2).

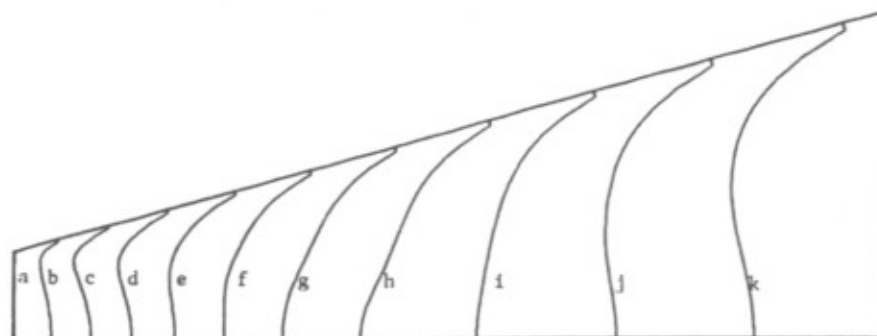


Figura 4. Linhas de Mach constante para $M_\infty = 1.0$, $\alpha = 15^\circ$,
 $\epsilon = 13.5$, $r_1 = 0.05$ m e $L = 0.5$ m (caso 3).

Valores das linhas de Mach constante para as Fig. 2 a 4:

a = 1.01	d = 1.75	g = 2.5	j = 3.25
b = 1.25	e = 2.0	h = 2.75	k = 3.5
c = 1.5	f = 2.25	i = 3.0	

Nas Fig. 5 a 7 são mostradas as isobáricas do escoamento para $M_\infty = 2.0$ e comprimento do bocal de 0.25, 0.5 e 1.0 m, com razão de expansão de 3.51. Nestes três casos o tempo de CPU para obter a solução foi de 184, 249 e 267 segundos, respectivamente.

Os valores limites de u , v , p , T , ρ e M na seção de saída do bocal, para os seis casos apresentados nas figuras, são dados na Tab. 2.

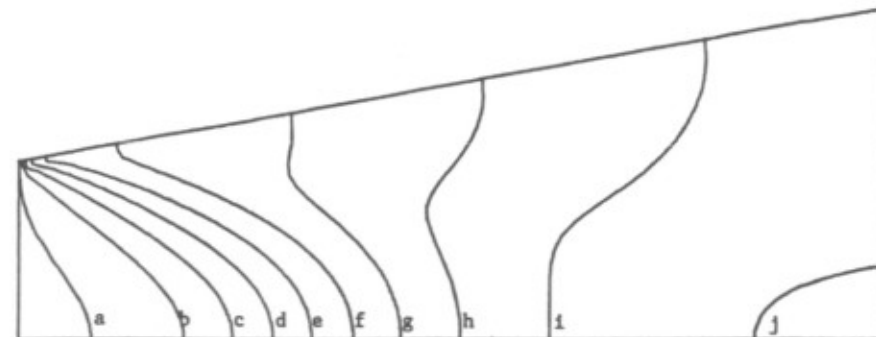


Figura 5. Isobáricas (p/p_∞) para $M_\infty = 2.0$, $\alpha = 9.9^\circ$, $\epsilon = 3.51$,
 $r_1 = 0.05$ m e $L = 0.25$ m (caso 4).

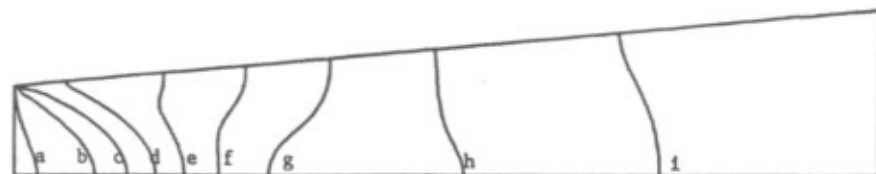


Figura 6. Isobáricas (p/p_∞) para $M_\infty = 2.0$, $\alpha = 5.0^\circ$, $\epsilon = 3.51$,
 $r_1 = 0.05$ m e $L = 0.5$ m (caso 5).



Figura 7. Isobáricas (p/p_∞) para $M_\infty = 2.0$, $\alpha = 2.5^\circ$, $\epsilon = 3.51$,
 $r_1 = 0.05$ m e $L = 1.0$ m (caso 6).

Valores das isobáricas para as Fig. 5 a 7:

a = 0.99	d = 0.7	g = 0.4	j = 0.1
b = 0.9	e = 0.6	h = 0.3	
c = 0.8	f = 0.5	i = 0.2	

Tabela 2. Resultados na seção de saída do bocal.

caso	1	2	3	4	5	6
u_{min}	628	668	677	817	839	848
u_{max}	644	699	721	881	861	860
v_{min}	2.84	6.62	9.62	3.77	4.39	1.87
v_{max}	55.0	118	181	143	73.4	37.1
p_{min}	8.14	2.60	1.11	8.90	13.5	13.9
p_{max}	8.27	2.67	1.38	15.3	14.1	13.9
T_{min}	150	112	93	152	170	171
T_{max}	154	118	98	188	179	175
ρ_{min}	0.185	0.077	0.040	0.205	0.277	0.278
ρ_{max}	0.192	0.083	0.051	0.285	0.286	0.285
M_{min}	2.54	3.12	3.54	3.02	3.14	3.21
M_{max}	2.62	3.29	3.74	3.57	3.30	3.28

Além dos seis casos apresentados, resolvemos o escoamento em bocais divergentes para Mach 1.50 cujos resultados são aqui omitidos.

CONCLUSÃO

A metodologia numérica empregada não apresentou qualquer problema para obter a solução convergida em todos os casos abordados.

A análise das experimentações numéricas apresentadas neste artigo e outras omitidas permitem-nos chegar às seguintes conclusões.

Razões de expansão idênticas produzem menores gradientes de pressão quanto maior for o número de Mach na entrada do bocal, para comprimentos iguais.

Diminuindo o comprimento do bocal, mas mantendo a mesma razão de expansão e, conseqüentemente, aumentando-se o ângulo divergente, aumenta-se o Mach e diminui-se a pressão na saída do bocal, para um mesmo número de Mach na entrada dele.

REFERÊNCIAS

- [1] SILVA, A.F.C. & MALISKA, C.R. "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas". II Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ENCIT, Aguas de Lindóia, dez. 1988.
- [2] PATANKAR, S.V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". New York, McGraw-Hill, 1980.
- [3] RAITBY, G.D. & TORRANCE, K.E. "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow". Computer and Fluids, v.2, 1967. p.12-26.
- [4] VAN DOORMAAL, J.P. "Numerical Methods for the Solution of Incompressible and Compressible Fluid Flows". Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1985.
- [5] VAN DOORMAAL, J.P. & RAITBY, G.D. "Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows". Numerical Heat Transfer, v.7, 1984. p.147-63.