



II CREEM

CONGRESSO
REGIONAL DE
ESTUDANTES DE
ENGENHARIA
MECÂNICA

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO

21 A 25 DE AGOSTO
1995

APLICAÇÃO DO MÉTODO BI-CGSTAB NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS LINEARES ORIUNDOS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS NÃO ESTRUTURADAS DE VORONOI

Mauricio Berto

SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e
Tranferência de Calor

Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC

Campus Universitário - Trindade

CEP 88040 - 900 - Florianópolis - SC

Orientadores: Francisco Marcondes (Doutorando)
Departamento de Engenharia Mecânica - UFPB - CAMPUS II
Clóvis Raimundo Maliska, Phd.
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

SUMÁRIO

No presente trabalho emprega-se o método Bi-CGSTAB preconditionado (Preconditioned Bi-Conjugate Gradient Stabilized) na solução de sistemas lineares oriundos da simulação do escoamento bifásico (óleo/água) em reservatórios de petróleo bidimensionais utilizando malhas de Voronoi. Utilizou-se no código o método totalmente Implícito (MTI) para discretização das equações, baseando-se no balanço dos componentes entre os volumes de controle (método dos volumes finitos). Investigou-se dois esquemas de ordenação das incógnitas que formavam o sistema linear, um de geração natural da malha e outro via um plano ordenador.

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica de reservatórios de petróleo é uma das principais ferramentas disponíveis para se prever questões vitais de uma determinada bacia petrolífera, já que devido a sua localização, das dificuldades de escala e da complexidade do problema real, é bastante improvável que respostas como vida útil do reservatório, capacidade de produção, etc., possam ser respondidas unicamente através de experimentos de laboratório. O primeiro passo na simulação é a escolha de um modelo matemático que represente adequadamente o comportamento dos fluidos presentes no reservatório. Por mais simples que seja o modelo, essas equações são geralmente não lineares e acopladas. Para se obter as equações aproximadas estas devem ser integradas no espaço e no tempo. Na integração temporal, geralmente é utilizado um esquema totalmente implícito no tempo, e o conjunto de equações não lineares é resolvido utilizando iteração de Newton.

Para a discretização do domínio físico pode-se englobar as diversas possibilidades existentes em duas categorias básicas, malhas estruturadas e malhas não estruturadas. Enquanto os sistemas lineares oriundos de malhas estruturadas, apesar de esparsos, apresentam uma ordem de formação bem definida, os sistemas originados de malhas não estruturadas além de também

serem esparsos, geralmente não tem nenhuma ordem de formação. Atualmente a malha estruturada mais utilizada na simulação de reservatórios de petróleo é a malha cartesiana. Em malhas não estruturadas existem trabalhos que fazem uso da técnica dos elementos finitos e aqueles que utilizam balanço de massa para cada componente. Palagi (1992) propôs uma malha baseada neste esquema (balanço de massa) utilizando diagrama de Voronoi, cuja principal característica é ser localmente ortogonal, ou seja, as superfícies que separam cada volume de controle da malha são ortogonais as retas que unem o centro de cada volume, esta característica facilita enormemente o processo de integração das equações governantes.

Na resolução do problema, utiliza-se iterações newtonianas em cada nível de tempo. Em cada iteração de Newton um sistema de equações lineares deve ser resolvido. Métodos iterativos devem ser empregados para a resolução dos sistemas lineares. Isto porque, conforme Marcondes, Zambaldi e Maliska (1995) os métodos iterativos requerem, em geral, pouca memória adicional e baixo custo por iteração.

Para solução destes sistemas lineares existe uma grande variedade de métodos iterativos, sendo os métodos não estacionários, tais como GMRES (Saad et al., 1986), CGS (Sonneveld, 1989), etc, os mais aconselháveis. Uma das razões para utilização dos métodos não estacionários é a taxa de convergência alta quando comparada aos métodos ponto a ponto, ou seja, os métodos ponto a ponto (como Gauss-Seidel por exemplo), apesar de requererem pouca memória adicional e ter um custo reduzido, apresentam uma taxa de convergência baixa em relação aos não-estacionários. Uma outra razão para se adotar métodos não estacionários é a não dependência de parâmetros de convergência definidos pelo usuário.

A qualidade do preconditionador e a ordenação dos nós estão intimamente ligados e influenciam diretamente a taxa de convergência dos métodos baseados ou derivados dos gradientes conjugados preconditionados para malhas não estruturadas. Em muitos casos não existe uma maneira óbvia de ordenação destes nós.

No presente trabalho será dada ênfase à solução de sistemas provenientes da simulação numérica de reservatórios de petróleo utilizando malhas de Voronoi. A geração da malha de Voronoi é obtida pelo gerador desenvolvido por Maliska Jr. (1993). O modelo utilizado é o Black-Oil, bifásico e a análise é restrita a geometrias bidimensionais. Na solução de sistemas lineares oriundos da linearização de Newton abordou-se o método Bi-CGSTAB preconditionado a direita.

2. MODELO FÍSICO

Assume-se que o escoamento é bifásico (água-óleo) e imissível. A simulação é bidimensional e despreza os efeitos da pressão capilar e gravitacional, a equação da conservação volumétrica para uma fase p no modelo Black-oil é mostrada em Marcondes (1993) e Palagi (1992), o equacionamento do problema é dado pelas equações da conservação para água e óleo e pela equação da conservação da massa global, $S_w + S_o = 1$, onde S_w é a saturação da água e S_o é a saturação da fase óleo.

3. INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A definição do volume de controle para malhas de Voronoi (1908) é apresentada em Marcondes (1993). Integra-se no espaço e tempo a equação da conservação volumétrica para cada fase. O sistema de equações é resolvido iterativamente usando o método de Newton. Obtem-se a equação na forma residual. A equação de conservação do componente da fase p para o volume i , sendo j os volumes vizinhos ao volume i na forma residual é

$$R_{p,i} = \sum_{j=1}^{N_j} T_{ij} \left(\frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \right)_{ij}^{n+1} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) + q_{p,i} - \left(\frac{\phi \cdot V \cdot S_p}{\Delta t \cdot B_p} \right)_i^{n+1} + \left(\frac{\phi \cdot V \cdot S_p}{\Delta t \cdot B_p} \right)_i^n ; p = o, w \quad (1)$$

onde $T_{ij} = ((b.h.k)/d)_{ij}$ é definido como transmissibilidade da fase onde b e h são largura e altura e K_{rp} é a permeabilidade relativa da fase, K é permeabilidade absoluta da fase, μ é a viscosidade da fase, B é o fator de formação volumétrico, P são as pressões, q são os termos de poços, V é o volume da célula i , ϕ é a porosidade, Δt é o incremento de tempo (dias) e S é a saturação da fase. Expande-se R resíduo da fase em série de Taylor de primeira ordem. Sabe-se que quando o resíduo da iteração $v+1$ for igual a zero ter-se-á a solução de Newton para a função resíduo de v , ou seja

$$\sum_{vX} \left(\frac{\partial P_{p,i}}{\partial X} \right) \Delta X^{v+1} = -R_{p,i}^v; p = o, w \quad (2)$$

onde X representa as incógnitas (P e S_w). Após cada iteração newtoniana calcula-se $X^{v+1} = X^v + \Delta X^{v+1}$. A solução é encontrada quando os limites de incremento de saturação e pressão máximos forem respeitados.

4. O MÉTODO Bi-CGSTAB

O Bi-CGSTAB (método do gradiente bi-conjugado estabilizado) de Van de Vorst (1992) faz parte de uma classe de métodos (ORTOMIN, GMRES, etc) obtidos por generalização do gradiente conjugado e foi desenvolvido no sentido de corrigir instabilidades no processo de convergência do método CGS (Conjugate Gradient Squared), por um tipo de minimização local do vetor resíduo $r = f - JAX$.

Algoritmo Bi-CGSTAB.

Calcule $r = b - Ax$ para um x inicialmente estimado

Faça $\hat{r} = r_0$

$\rho_0 = \alpha_0 = \omega_0 = 1$

$v_0 = p_0 = 1$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

$\rho_i = (\hat{r}, r_{i-1})$ (produto interno entre \hat{r} e r_{i-1})

$\beta_{i-1} = (\rho_i / \rho_{i-1}) / (\alpha_{i-1} / \omega_{i-1})$

$p_i = r_{i-1} + \beta_{i-1} (p_{i-1} / \omega_{i-1} - v_{i-1})$

resolva $\hat{p} = M^{-1} p_i$

$v_i = A \hat{p}$

$\alpha_i = \rho_i / (\hat{r}, v_i)$

$s_i = r_{i-1} - \alpha_i v_i$

$\hat{s} = M^{-1} s_i$

$t = A \hat{s}$

$\omega_i = (t, s) / (t, t)$

$x = x_{i-1} + \alpha_i \hat{p} + \omega_i \hat{s}$

$r_i = s_i - \omega_i t$

se $|r_i| / |r_0| < \text{TOL}$ pare

senão $x_{i-1} = x_i$; $\alpha_{i-1} = \alpha_i$; $\omega_{i-1} = \omega_i$; $\rho_{i-1} = \rho_i$

fim para i

5. GEOMETRIAS RESOLVIDAS

A simulação foi efetuada em duas geometrias, uma geometria (ideal) five-spot e uma geometria arbitrária contendo 8(oito) poços, 2(dois)

injetores e 6(seis) produtores. As figuras 5.1 e 5.2 ilustram as malhas utilizadas e as tabelas com seus dados físicos e geométricos.

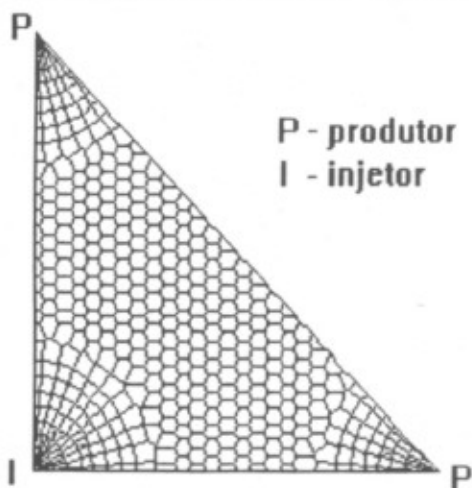


Figura 5.1 - Malha hexagonal híbrida five-spot com 445 volumes - caso 1

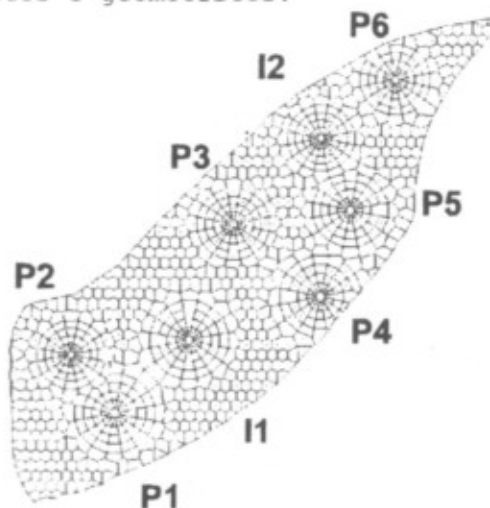


Figura 5.2 - Malha híbrida hexagonal com 1026 volumes - caso 2

Tab 5.1 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 1

Dados do reservatório	Condição Inicial	Propriedades Físicas
$K = 12,5 \times 10^{-13} \text{ m}^2$	$S_i = 0$	$\mu_0 = 10^{-3} \text{ Pa.s}$
$h = 6,09 \text{ m}$	$P_i = 6.893 \times 10^5 \text{ Pa}$	$\mu_w = 1/M \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$
$A = 1,6 \times 10^5 \text{ m}^2$		$\ \bar{q}_p\ = \ \bar{q}_i\ = 1.110^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$
$\phi = 0,08$		$c_o = c_w = 1.45 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$

Tab 5.2 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 2

Dados do reservatório	Condição Inicial	Propriedades Físicas
$K = 3 \times 10^{-13} \text{ m}^2$	$S_i = 0.2$	$\ \bar{q}_p\ = \ \bar{q}_p3\ = 9.210^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$
$h = 15 \text{ m}$	$P_i = 2.067 \times 10^7 \text{ Pa}$	$\ \bar{q}_p\ = 1.110^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$
$A = 1,82 \times 10^6 \text{ m}^2$		$\ \bar{q}_p\ = 1.110^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$
$\phi = 0,30$		$\ \bar{q}_p\ = \ \bar{q}_i\ = 1.110^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$
		$\ \bar{q}_p\ = 1.110^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$
		$\ \bar{q}_p\ = 1.110^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$
		$c_o = c_w = 7,16 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$

A razão de viscosidade entre óleo e água definida como M para os casos executados foi 10.

Foram investigados dois esquemas de ordenação das incógnitas, um via plano ordenador (vertical e horizontal) e outro via geração natural da malha, constatou-se que o tipo de ordenação pode modificar consideravelmente o tempo de execução do programa. No VPI (Volume Poroso Injetado) = 1(um) obteve-se os tempos 1046, 1255 e 1111 segundos de CPU e 36190, 36583 e 39131 iterações do solver nas ordenações natural, horizontal e vertical respectivamente, para a malha five-spot utilizando uma estação de trabalho Sun SPARC station 10 com placa processadora P512. Para a malha irregular obteve-se 3599 e 3900 segundos de CPU com 54839 e 54669 iterações no solver para ordenação natural e vertical respectivamente. Comprovou-se portanto as diferenças de tempo e número de iterações provocados pela mudança do esquema de ordenação das incógnitas.

As simulações apresentaram valores satisfatórios quando comparados aos dados existentes na literatura utilizando estas mesmas geometrias (Palagi, 1992 e Marcondes et al., 1995).

6. CONCLUSÃO

Apresentou-se neste trabalho a utilização do algoritmo baseado no método Bi-CGSTAB na resolução de sistemas lineares oriundos da simulação numérica de reservatórios de petróleo utilizando malhas não-estruturadas do tipo Voronoi.

O algoritmo se mostrou robusto e uma de suas principais vantagens é a não dependência de parâmetros estipulados pelo usuário. O algoritmo apresentou uma boa resposta em termos de velocidade e convergência sendo sua aplicação altamente viável nos casos testados.

7. AGRADECIMENTOS

A UFSC e ao SINMEC pelo apoio a este projeto.

8. REFERÊNCIAS

- Marcondes, F., 1993, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas de Voronoi", Proposta de tese, Florianópolis, Brasil.
- Palagi, C., 1992, "Generation and Application of Voronoi Grid to Model Flow in Heterogeneous Reservoirs", Dissertation for the Degree of Ph.d., Department of Petroleum Engineering, Stanford University, Stanford, California, USA.
- Maliska Júnior, C.R., 1993, "Um Robusto Gerador de Diagramas de Voronoi para Discretização de Domínios Irregulares", Anais XIV Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, pp. 753-762, São Paulo-SP, Brasil.
- Marcondes, F., Zambaldi, M.C., Maliska, C.R., 1994, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas de Voronoi", Anais V ENCIT, pp. 335-338, São Paulo-Brasil.
- Maliska, C.R., Maliska Jr, C.R., 1994, "A Finite Volume Method Using Voronoi Grids for the solution of Miscible Displacement in Porous Media", Anais V ENCIT, pp. 355-358, São Paulo-SP, Brasil.
- Marcondes, F., Zambaldi, M.C. e Maliska, C.R., 1995, "Comparação de Métodos Estacionários e GMRES em Simulação de Reservatórios de Petróleo Usando malhas não estruturadas de Voronoi", Submetido para publicação na Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 1995.
- Saad, Y e Shultz, M.H.; "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J. Sci. Stat. Compt.*, vol. 7, pp 857-869, 1986
- Voronoi, G.: "Nouvelles applications des parametres continus a la theorie des formes quadratiques", *J. Reine Angew. Math.* (1908) 134, 198-287.
- Sonneveld, P.: "CGS: A Fast Lanczos-Type solver for Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J. Sci. Stat. Compt.*, vol. 10, pp 36-52, 1989
- Barrett, Richard ;et Al., "Templates for the Solution of Linear Systems Beding Blocks for interactive Methods". SIAM. 1993
- Van der Vorst, H.A.: "Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the solution of Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J. Sci. Stat. Compt.*, vol. 13, pp 631-644, 1992.

**APLICAÇÃO DO MÉTODO BI-CGSTAB NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS LINEARES ORIUNDOS DA
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS NÃO
ESTRUTURADAS DE VORONOI**

Maurício Berto

SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e
Transferência Calor

Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC

Campus Universitário - Trindade

CEP 88040 - 900 - Florianópolis - SC

Orientadores: Francisco Marcondes (Doutorando)
 Departamento de Engenharia Mecânica - UFPB - CAMPUS II
 Clóvis Raimundo Maliska, Phd.
 Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

SUMÁRIO

No presente trabalho emprega-se o método Bi-CGSTAB preconditionado (Preconditioned Bi-Conjugate Gradient Stabilized) na solução de sistemas lineares oriundos da simulação do escoamento bifásico (óleo/água) em reservatórios de petróleo bidimensionais utilizando malhas de Voronoi. Utilizou-se no código o método totalmente Implícito (MTI) para discretização das equações, baseando-se no balanço dos componentes entre os volumes de controle (método dos volumes finitos). Investigou-se dois esquemas de ordenação das incógnitas que formavam o sistema linear, um de geração natural da malha e outro via um plano ordenador.

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica de reservatórios de petróleo é uma das principais ferramentas disponíveis para se predizer questões vitais de uma determinada bacia petrolífera, já que devido a sua localização, das dificuldades de escala e da complexidade do problema real, é bastante improvável que respostas como vida útil do reservatório capacidade de produção, etc., possam ser respondidas unicamente através de experimentos de laboratório. O primeiro passo na simulação é a escolha de um modelo matemático que represente adequadamente o comportamento dos fluidos presentes no reservatório. Por mais simples que seja o modelo, essas equações são geralmente não lineares e acopladas. Para se obter as equações aproximadas estas equações devem ser integradas no espaço e no tempo. Na integração temporal, geralmente é utilizado um esquema totalmente implícito no tempo, e o conjunto de equações não lineares é resolvido utilizando iteração de Newton.

Para a discretização do domínio físico pode-se englobar as diversas possibilidades existentes em duas categorias básicas, malhas estruturadas e malhas não estruturadas. Enquanto os sistemas lineares oriundos de malhas estruturadas, apesar de esparsos, apresentam uma ordem de formação bem

definida, os sistemas originados de malhas não estruturadas além de também serem esparsos, geralmente não tem nenhuma ordem de formação. Atualmente a malha estruturada mais utilizada na simulação de reservatórios de petróleo é a malha cartesiana. Em malhas não estruturadas existem trabalhos que fazem uso da técnica dos elementos finitos e aqueles que utilizam balanço de massa para cada componente. Palagi (1992) propôs uma malha baseada neste esquema (balanço de massa) utilizando diagrama de Voronoi, cuja principal característica é ser localmente ortogonal, ou seja, as superfícies que separam cada volume de controle da malha são ortogonais as retas que unem o centro de cada volume, esta característica facilita enormemente o processo de integração das equações governantes.

Na resolução do problema, utiliza-se iterações newtonianas em cada nível de tempo. Em cada iteração de Newton um sistema de equações lineares deve ser resolvido. Métodos iterativos devem ser empregados para a resolução dos sistemas lineares. Isto porque, conforme Marcondes, Zambaldi e Maliska (1995) os métodos iterativos requerem, em geral, pouca memória adicional e baixo custo por iteração.

Para solução destes sistemas lineares existe uma grande variedade de métodos iterativos, sendo os métodos não estacionários (GMRES (Saad et al., 1986), CGS (Sonneveld, 1989), etc.) os mais aconselháveis. Uma das razões para utilização dos métodos não estacionários é a taxa de convergência alta quando comparada aos métodos ponto a ponto, ou seja, os métodos ponto a ponto (como Gauss-Seidel por exemplo), apesar de requererem pouca memória adicional e ter um custo reduzido, apresentam uma taxa de convergência baixa em relação aos não-estacionários. Uma outra razão para se adotar métodos não estacionários é a não dependência de parâmetros de convergência definidos pelo usuário.

A qualidade do condicionador e a ordenação dos nós estão intimamente ligados e influenciam diretamente a taxa de convergência dos métodos baseados ou derivados dos gradientes conjugados condicionados para malhas não estruturadas. Em muitos casos não existe uma maneira óbvia de ordenação destes nós.

No presente trabalho será dada ênfase à solução de sistemas provenientes da simulação numérica de reservatórios de petróleo utilizando malhas de Voronoi. A geração da malha de Voronoi é obtida pelo gerador desenvolvido por Maliska Jr. (1993). O modelo utilizado é o Black-Oil, bifásico e a análise é restrita a geometrias bidimensionais. Na solução de sistemas lineares oriundos da linearização de Newton abordou-se o método Bi-CGSTAB condicionado a direita.

2. O MÉTODO Bi-CGSTAB

O Bi-CGSTAB (método do gradiente bi-conjugado estabilizado) de Van de Vorst (1992) faz parte de uma classe de métodos (ORTOMIN, GMRES, etc) obtidos por generalização do gradiente conjugado e foi desenvolvido no sentido de corrigir instabilidades no processo de convergência do método CGS (Conjugate Gradient Squared), por um tipo de minimização local do vetor residuo $r = f - JAX$.

Algoritmo Bi-CGSTAB.

Calcule $r_0 = b - Ax_0$ para um x_0 inicialmente estimado

Faça $\hat{r} = r_0$

$\rho_0 = \alpha_0 = \omega_0 = 1$

$v_0 = p_0 = 1$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

$\rho_i = (\hat{r}, r_{i-1})$ (produto interno entre \hat{r} e r_{i-1})

$\beta_{i+1} = (\rho_i / \rho_{i+1}) / (\alpha_{i-1} / \omega_{i-1})$

$p_i = r_{i+1} + \beta_{i+1} (p_{i-1} / \omega_{i-1} v_{i-1})$

resolva $\hat{p} = M^{-1} p_i$

$$\begin{aligned}
v_i &= A \hat{p} \\
\alpha_i &= \rho_i / (\hat{r}, v_i) \\
s_i &= r_{i+1} - \alpha_{i-1} v_i \\
\hat{s} &= M^{-1} s \\
t &= A \hat{s} \\
\omega_i &= (t, s) / (t, t) \\
x_i &= x_{i-1} + \alpha_i \hat{p} + \omega_i \hat{s} \\
r_i &= s - \omega_i \\
\text{se } |r_i| / |r_0| &< \text{TOL pare} \\
\text{senão } x_{i-1} &= x_i; \alpha_{i-1} = \alpha_i; \omega_{i-1} = \omega_i; \rho_{i-1} = \rho_i \\
\text{fim para } i &
\end{aligned}$$

3. MODELO FÍSICO

Assume-se que o escoamento é bifásico (água-óleo) e imissível. A simulação é bidimensional e despreza os efeitos da pressão capilar e gravitacional, a equação da conservação volumétrica para uma fase p no modelo Black-oil é mostrada em Marcondes(1993) e Palagi(1992), o equacionamento do problema é dado pelas equações da conservação para água e óleo e pela equação da conservação da massa global, $S_w + S_o = 1$, onde S_w é a saturação da água e S_o é a saturação da fase óleo.

4. INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A definição do volume de controle para malhas de Voronoi(1908) é apresentada em Marcondes (1993). Integra-se no espaço e tempo a equação da conservação volumétrica para cada fase. O sistema de equações é resolvido iterativamente usando o método de Newton. Obtem-se a equação na forma residual. A equação de conservação do componente da fase p para o volume i , sendo j os volumes vizinhos ao volume i na forma residual é:

$$R_{p,i} = \sum_{j=1}^{N_v} T_{ij} \left(\frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \right)_{ij}^{n+1} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) + q_{p,i} - \left(\frac{\phi \cdot V \cdot S_p}{\Delta t \cdot B_p} \right)_i^{n+1} + \left(\frac{\phi \cdot V \cdot S_p}{\Delta t \cdot B_p} \right)_i^n; p = o, w \quad (1)$$

onde $T_{ij} = ((b \cdot h \cdot k) / d)_{ij}$ é definido como transmissibilidade da fase onde b e h são largura e altura e K_{rp} é a permeabilidade relativa da fase, K é permeabilidade absoluta da fase, μ é viscosidade da fase, B é o fator de formação volumétrico, P são as pressões, q são os termos de poços, V é o volume da célula i , ϕ porosidade, Δt é o incremento de tempo (dias) e S é a saturação da fase. Expande-se R resíduo da fase em série de Taylor de primeira ordem. Sabe-se que o quando o resíduo da iteração $v+1$ for igual zero ter-se-á a solução de Newton para a função resíduo de vabaixo

$$\sum_{v,x} \left(\frac{\partial P_{p,i}}{\partial X} \right) \Delta X^{v+1} = -R_{p,i}^v; p = o, w \quad (2)$$

onde X representa as incógnitas (P e S_w). Após cada iteração newtoniana calcula-se $X^{v+1} = X^v + \Delta X^{v+1}$. A solução é encontrada quando os limites de incremento de saturação e pressão máximos forem respeitados.

5. GEOMETRIAS RESOLVIDAS

A simulação foi efetuada em duas geometrias, uma geometria (ideal) five-spot e uma geometria arbitrária contendo 8(oito) poços, 2(dois) injetores e 6(seis) produtores. As figuras 5.1 e 5.2 ilustram as malhas utilizadas e as tabelas com seus dados físicos e geométricos.

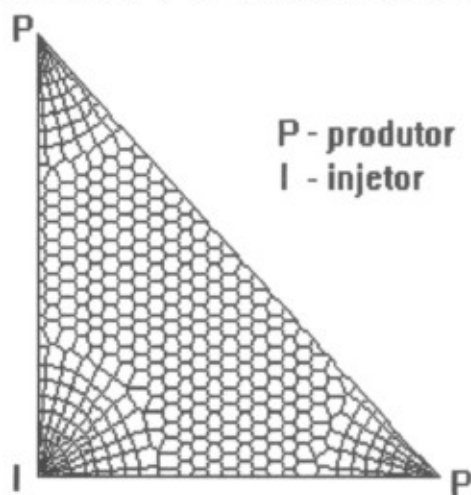


Figura 5.1 - Malha hexagonal híbrida five-spot com 445 volumes - caso 1

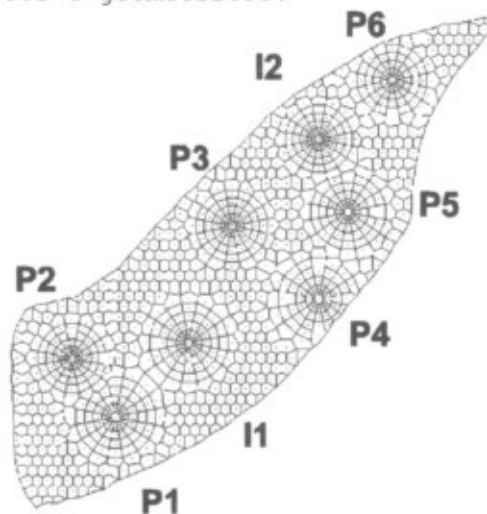


Figura 5.2 - Malha híbrida hexagonal com 1026 volumes - caso 2

Tab 5.1 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 1

Dados do reservatório	Condição Inicial	Propriedades Físicas
$K = 12,5 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ $h = 6,09 \text{ m}$ $A = 1,6 \times 10^5 \text{ m}^2$ $\phi = 0,08$	$S_i = 0$ $P_i = 6.893 \times 10^5 \text{ Pa}$	$\mu_o = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ $\mu_w = 1/M \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ $ \bar{q}_p = \bar{q}_i = 1,110^{-4} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $c_o = c_w = 1.45 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$

Tab 5.2 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 2

Dados do reservatório	Condição Inicial	Propriedades Físicas
$K = 3 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ $h = 15 \text{ m}$ $A = 1,82 \times 10^6 \text{ m}^2$ $\phi = 0,30$	$S_i = 0.2$ $P_i = 2.067 \times 10^7 \text{ Pa}$	$ \bar{q}_{p1} = \bar{q}_{p3} = 9,210^{-4} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $ \bar{q}_p = 1,110^{-3} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $ \bar{q}_p = 1,110^{-3} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $ \bar{q}_p = \bar{q}_i = 1,110^{-4} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $ \bar{q}_p = 1,110^{-3} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $ \bar{q}_p = 1,110^{-3} \text{ m}^{-3} / \text{s}$ $c_o = c_w = 7,16 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$

A razão de viscosidade entre óleo e água definida como **M** para os casos executados foi 10.

Foram investigados dois esquemas de ordenação das incógnitas, um via plano ordenador (vertical e horizontal) e outro via geração natural da malha, constatou-se que o tipo de ordenação pode modificar consideravelmente o tempo de execução do programa. No VPI (Volume Poroso Injetado) = 1(um) obteve-se os tempos 1046, 1255 e 1111 segundos de CPU e 36190, 36583 e 39131 iterações do solver nas ordenações natural, horizontal e vertical respectivamente, para a malha five-spot utilizando uma estação de trabalho Sun SPARC station 10 com placa processadora P512. Para a malha irregular obteve-se 3599 e 3900 segundos de CPU com 54839 e 54669 iterações no solver para ordenação natural e vertical respectivamente. Comprovou-se portanto as

diferenças de tempo e número de iterações provocados pela mudança do esquema de ordenação das incógnitas.

As simulações apresentaram valores satisfatórios quando comparados aos dados existentes na literatura utilizando estas mesmas geometrias (Palagi, 1992 e Marcondes et al., 1995).

6. CONCLUSÃO

Apresentou-se neste trabalho a utilização do algoritmo baseado no método Bi-CGSTAB na resolução de sistemas lineares oriundos da simulação numérica de reservatórios de petróleo utilizando malhas não-estruturadas do tipo Voronoi.

O algoritmo se mostrou robusto e uma de suas principais vantagens é a não dependência de parâmetros estipulados pelo usuário. O algoritmo apresentou uma boa resposta em termos de velocidade e convergência sendo sua aplicação altamente viável nos casos testados.

7. AGRADECIMENTOS

A UFSC e ao SINMEC pelo apoio a este projeto.

8. REFERÊNCIAS

- Marcondes, F., 1993, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas de Voronoi", Proposta de tese, Florianópolis, Brasil.
- Palagi, C., 1992, "Generation and Application of Voronoi Grid to Model Flow in Heterogeneous Reservoirs", Dissertation for the Degree of Ph.d., Department of Petroleum Engineering, Stanford University, Stanford, California, USA.
- Maliska Júnior, C.R., 1993, "Um Robusto Gerador de Diagramas de Voronoi para Discretização de Domínios Irregulares", Anais XIV Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, pp. 753-762, São Paulo-SP, Brasil.
- Marcondes, F., Zambaldi, M.C., Maliska, C.R., 1994, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas de Voronoi", Anais V ENCIT, pp.335-338, São Paulo- Brasil.
- Maliska, C.R., Maliska Jr, C.R., 1994, "A Finite Volume Method Using Voronoi Grids for the solution of Miscible Displacement in Porous Media", Anais V ENCIT, pp. 355-358, São Paulo-SP, Brasil.
- Marcondes, F., Zambaldi, M.C. e Maliska, C.R., 1995, "Comparação de Métodos Estacionários e GMRES em Simulação de Reservatórios de Petróleo Usando malhas não estruturadas de Voronoi", Submetido para publicação na Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 1995.
- Saad, Y e Shultz, M.H.; "GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J.Sci. Stat. Compt.*, vol.7, pp 857-869, 1986
- Voronoi, G.: "Nouvelles applications des parametres continus a la theorie des formes quadratiques", *J. Reine Angew. Math.* (1908) 134, 198-287.-
- Sonneveld, P.: "CGS: A Fast Lanczos-Type solver for Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J.Sci. Stat. Compt.*, vol.10, pp 36-52, 1989
- Barrett, Richard ;et Al., "Templates for the Solution of Linear Systems Beding Blocks for interactive Methods". SIAM. 1993
- Van der Vorst, H.A.: "Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the solution of Nonsymmetric Linear Systems", SIAM, *J.Sci. Stat. Compt.*, vol.13, pp 631-644, 1992.