



SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO: COMPARAÇÃO ENTRE AS METODOLOGIAS, TI, IMPES E AIM

Francisco Marcondes⁽¹⁾, Clovis R. Maliska⁽²⁾ e Mário C. Zambaldi⁽³⁾

Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal da Paraíba⁽¹⁾
58109-970 - Campina Grande - PB - Brasil

Departamento de Engenharia Mecânica⁽²⁾ Departamento de Matemática⁽³⁾
Universidade Federal de Sta. Catarina 8040-900 - Florianópolis - SC - Brasil



SUMÁRIO

O presente trabalho apresenta uma comparação entre três metodologias de linearização das equações de simulação de reservatórios, a saber: IMPES - Implicit Pressure Explicit Saturation, TI - Totalmente Implícita e AIM - Adaptive Implicit Method. Discute-se também o critério de chaveamento de IMPES para TI e vice-versa. Emprega-se o modelo black-oil, bifásico (óleo-água). As equações são discretizadas empregando-se o método dos volumes finitos e utiliza-se malhas de Voronoi não-estruturadas para discretização do domínio físico.

INTRODUÇÃO

As equações de conservação de massa dos componentes óleo, água ou gás podem ser consideradas hiperbólicas para a saturação (ou quase hiperbólicas, quando a pressão capilar é considerada e os fluidos são compressíveis) e a equação da pressão elíptica, ou quase elíptica (quando os efeitos de compressibilidade das fases ou rocha são considerados), conforme Peaceman (1977). Este fato sugere que na avaliação do fluxo de massa, num determinado instante de tempo, os termos que dependem da saturação podem ser avaliados com a saturação do instante de tempo anterior, e os termos que dependem da pressão sejam avaliados no mesmo instante de tempo em que o fluxo está sendo calculado, originando o esquema IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*). Este fato desacopla a equação da pressão das equações de saturação. Tal esquema requer pequeno esforço computacional por intervalo de tempo, uma vez que a pressão é a única incógnita do sistema de equações. Outra vantagem do IMPES é que o procedimento de avanço das incógnitas explícitas é facilmente vetorizável. A principal desvantagem do IMPES é que se deve empregar o CFL (número de Courant-Friedrichs-Lewy) menor que a unidade a fim de se evitar oscilações espúrias na solução.

Uma metodologia que trabalha com o CFL maior que um, sem que ocorra oscilações na solução, é a solução totalmente implícita (TI). Na metodologia TI a equação da pressão não é desacoplada das equações das saturações e ambas são calculadas simultaneamente. Todavia, o esforço computacional por passo de tempo aumenta quando comparado com o IMPES, uma vez que todas as incógnitas fazem parte do sistema de equações. O método IMPES consegue trabalhar com razoáveis intervalos de tempo (Δt) exceto em algumas regiões localizadas do reservatório, como por exemplo, nas proximidades de poços. Partindo desta observação, Thomas e Thurnau (1983) propuseram o uso de esquemas implícitos adaptativos (AIM - Adaptive Implicit Method), cujo conceito foi posteriormente melhorado por Forsyth Jr. e Sammon (1986). A idéia do método implícito adaptativo é avançar todas as incógnitas implicitamente nas regiões onde o CFL é maior que um ou onde ocorram grandes variações nas saturações, e no restante do reservatório somente a pressão é tratada implicitamente. Um dos grandes problemas da implementação do AIM é o critério lógico para trocar uma variável de IMPES para TI ou vice-versa.

Thomas e Thurnau (1983), Forsyth Jr. e Sammon (1986),

utilizaram como critério de troca as variações máximas nas saturações. Se uma célula IMPES tiver uma variação em saturação maior que um valor predeterminado, esta célula é calculada como sendo TI na próxima iteração de Newton ou no próximo intervalo de tempo. Forsyth Jr. e Sammon (1986) argumentam que este critério não permite que uma célula volte a ser IMPES após ter sido trocada para TI, porque uma célula TI pode ter grandes fluxos de massa e as variações nas saturações serem pequenas. Caso esta célula seja trocada para IMPES é possível que ocorram instabilidades.

Russel (1989) propõe um critério baseado no CFL para determinar se uma célula deve passar de TI para IMPES e vice-versa. Russel (1989) fornece várias justificativas para trabalhar com o critério baseado no CFL e várias formas de calculá-lo aproximadamente. Entretanto, não apresenta nenhum resultado para escoamento bi ou trifásico. Young e Russel (1993) propuseram uma nova expressão para o cálculo do CFL e sugerem que este seja aplicado juntamente com o cálculo de máxima variação nas saturações. Entretanto, com a expressão de cálculo do CFL proposta por Young e Russel (1993) foram obtidas soluções com o método IMPES com CFL maiores que um, sem que ocorressem oscilações na solução.

Fung *et al.* (1989) propuseram um critério baseado na análise local das equações aproximadas. Em cada célula são calculados os autovalores. É exigido que o módulo do menor autovalor não seja superior a unidade, para que a célula possa ser tratada pelo método IMPES. Caso contrário, a célula deve ser tratada pelo método TI.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma comparação destas metodologias empregando-se malhas não-estruturadas de Voronoi. Os resultados serão apresentados em termos de tempo de CPU, número de iterações de Newton, número de iterações no tempo e percentagem de implicitidade. Como critério de chaveamento de implicitidade foram utilizados os critérios de estabilidade de Fung *et al.* (1989) e variação na saturação. Empregou-se o modelo *black-oil* e o estudo será dedicado a análise de casos bifásicos (óleo-água) e bidimensional. Para geração das malhas utilizou-se o gerador desenvolvido por Maliska Jr. (1993).

MODELO FÍSICO

O modelo físico empregado representa o escoamento bifásico (óleo-água) em reservatórios de petróleo. Apresenta-se agora uma breve descrição do modelo. Maiores detalhes podem ser

encontrados em Palagi (1992) e Marcondes *et al.* (1994). Assumindo que existe somente duas fases imiscíveis no reservatório (óleo (o) e água (w)) e desprezando os efeitos de pressão capilar e gravitacional, pode-se escrever a equação de conservação volumétrica para a fase *p* como

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_p}{B_p} \right) = \nabla \cdot \left[\lambda_p \frac{\rho}{\nabla P} \right] + q_p \quad (1)$$

onde ϕ é a porosidade e B_p é o fator de formação volumétrica da fase *p*. S_p é a saturação da fase *p*, P é a pressão dos fluidos presentes no reservatório, q_p é a vazão nas condições de armazenamento da fase *p* por unidade de volume do reservatório e λ_p é a mobilidade da fase *p*, definida por

$$\lambda_p = K \frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \quad (2)$$

onde K é a permeabilidade absoluta do meio, K_{rp} a permeabilidade relativa e μ_p a viscosidade, respectivamente, da fase *p*.

Escrevendo a Eq. (1) para as fases óleo e água constata-se que existem três incógnitas (S_o , S_w e P) e apenas duas equações. A equação para o fechamento do problema vem da conservação da massa global, dada por

$$S_w + S_o = 1 \quad (3)$$

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A Fig. 1 apresenta um volume de controle de Voronoi. O ponto *i* é o ponto gerador e os pontos *j*'s seus vizinhos. Para cada ponto *j* é possível alinhar um sistema cartesiano local x' - y' de tal forma que o eixo x' (linha que une o ponto *i* ao ponto *j*) seja perpendicular a face do volume de controle e o eixo y' paralelo a esta face.

Integrando a Eq. (1) no espaço e no tempo, tem-se

$$\left(\frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^n = \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N_v} T_{ij} \lambda_{ij}^{n+\theta} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) + \bar{q}_{p,i}^{n+\theta}$$

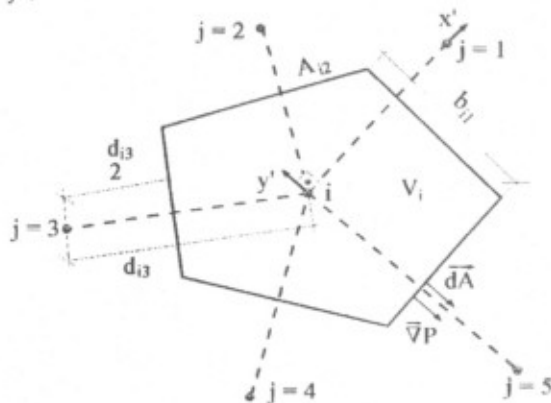


Fig. 1 - Volume de controle de Voronoi

O índice θ na Eq. (4) irá determinar o tipo de metodologia empregada, se for mantido igual a 1 em todo o reservatório a metodologia será TI, se for igual a zero a metodologia será IMPES. Caso θ assumia em algumas regiões, valor igual a zero e

em outras igual a 1, a metodologia será AIM. \bar{q}_p é a vazão volumétrica da fase *p* nas condições de superfície e N_v o número de vizinhos do volume *i*. O termo T_{ij} na Eq. (4) é o fator de transmissibilidade, dado por

$$T_{ij} = \left(\frac{bhk}{d} \right)_{ij} \quad (5)$$

onde h e b são a altura e largura da face *ij*, respectivamente.

METODOLOGIAS TI, IMPES E AIM

Metodologia TI

As incógnitas que devem ser calculadas implicitamente para cada volume são a pressão (P) e a saturação da água (S_w). Para o

cálculo de $\left(\frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \right)_{ij}$ adotar-se-á o seguinte procedimento:

$K_{rp,ij}$ será calculado pelo esquema UDS (upstream weighting scheme) e $(\mu_p B_p)_{ij}$ será calculado pela média aritmética dos correspondentes valores nos pontos *ij*.

O sistema de equações é resolvido iterativamente usando o método de Newton. Fazendo-se $\theta = 1$ na Eq. (4), e escrevendo-se a mesma na forma residual, tem-se

$$R_{p,i} = \sum_{j=1}^{N_v} T_{i,j} \left(\frac{K_{rp}}{\mu_p B_p} \right)_{ij}^{n+1} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) + \bar{q}_{p,i}^{n+1} - \left(\frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^{n+1} + \left(\frac{\phi V S_p}{\Delta t B_p} \right)_i^n ; p = o, w \quad (6)$$

Expandindo o resíduo em série de Taylor, tem-se

$$R_{p,i}^{v+1} = R_{p,i}^v + \sum_{v_x} \left(\frac{\partial R_{p,i}}{\partial X} \right)^v \Delta X \quad (7)$$

onde v é o nível iterativo e X representa as incógnitas (P e S_w). Assumindo-se que o resíduo na iteração $v + 1$ é zero, tem-se

$$\sum_{v_x} \left(\frac{\partial R_{p,i}}{\partial X} \right)^v \Delta X^{v+1} = -R_{p,i}^v ; p = o, w \quad (8)$$

As incógnitas (P e S_w) são calculados após cada iteração newtoniana, como

$$X^{v+1} = X^v + \Delta X^{v+1} \quad (9)$$

e a solução é aceita quando todas as tolerâncias são satisfeitas, de acordo com

$$\begin{aligned} \Delta P_{\max}^{v+1} &\leq \Delta P_{\max}^* \\ \Delta S_{w,\max}^{v+1} &\leq \Delta S_{w,\max}^* \end{aligned} \quad (10)$$

Metodologia IMPES

Neste método a avaliação, em um determinado instante de tempo, dos termos de fluxo que carregam a informação da mobilidade do fluido e dos termos de produção ou injeção, é feita baseando-se nas saturações e pressões do instante anterior.

Fazendo-se 0 = 0 na Eq. (4) e escrevendo-se a mesma na forma residual para o componente p , obtém-se uma equação similar à Eq. (6), onde o único termo que depende da saturação no instante $n+1$ é o termo de acumulação. Desta forma, quando da linearização de Newton, em cada linha de blocos do Jacobiano, o único bloco cheio é aquele da diagonal, ver Fig. 2a. Para obter a equação implícita da pressão cada linha de blocos do Jacobiano é multiplicada pelo inverso da diagonal, resultando na linha de bloco da Fig. 2b. Após esta operação a equação da pressão é desacoplada da equação da saturação originando a linha de blocos da Fig. 2c. Este procedimento é repetido para todas as células e a equação da pressão é obtida tomando-se a primeira linha de cada linha de blocos da Fig. 2c, originando o sistema dado pela Eq. (11).

$$[J]^v \Delta X^{v+1} = -R^{*v} \quad (11)$$

onde, R^{*v} é o vetor residuo multiplicado pela inversa da matriz do bloco diagonal de cada volume de controle. Resolvido o sistema dado pela Eq. (11), P é obtido via Eq. (12) e S_w através da Eq. (13), onde J_{ij} representa os coeficientes da segunda linha de i após a multiplicação pela matriz inversa da diagonal.

$$P^{v+1} = P^v + \Delta X^{v+1} \quad (12)$$

$$S_w^{n+1} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_v} \Delta X_j^{v+1} J_{ij} + R_{w,i}^{*v} \quad (13)$$

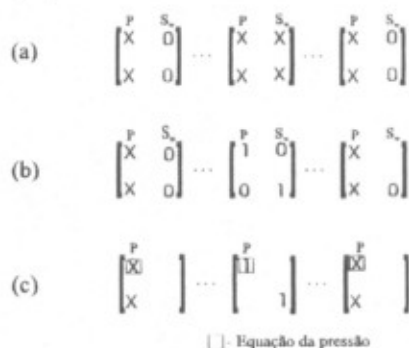


Fig. 2 - Sequência de passos para obtenção da equação da pressão para o IMPES

Metodologia AIM

A metodologia IMPES requer menor esforço computacional por intervalo de tempo que a metodologia TI. Entretanto, exige pequenos intervalos de tempo por motivo de instabilidades. Este efeito geralmente é localizado em algumas áreas do reservatório onde as velocidades ou os gradientes de saturação são elevados. Por outro lado, a metodologia TI permite trabalhar com maiores intervalos de tempo, uma vez que não sofre as limitações de instabilidade numérica do IMPES. O objetivo do AIM é tratar as regiões onde o IMPES tem problemas de instabilidades, utilizando a metodologia TI e o restante do reservatório via IMPES. Num dado intervalo de tempo a pressão irá ser calculada implicitamente em todo o reservatório e a saturação irá ser calculada explicitamente somente em algumas regiões do reservatório e explicitamente no restante.

Avaliando-se os termos de produção/injeção implicitamente e considerando que as mobilidades das fases podem ser implícitas ou explícitas, obtém-se uma equação similar a Eq. (6). Aplicando-se o mesmo processo que foi realizado para a obtenção da matriz Jacobiana do IMPES, obtém-se uma equação análoga a

Eq. (11), onde a única diferença é que os elementos do Jacobiano podem ser blocos 1x2, 2x1, 2x2 ou 1x1.

Critério de mudança de um volume de IMPES para TI e vice-versa

Adotar-se-á o critério de estabilidade local da matriz Jacobiana proposta por Fung *et al.* (1989)

Se R_i^{n+1} e X_i^{n+1} denotam o residuo das equações de conservação e variáveis primárias (P^{n+1} e S_w^{n+1}), respectivamente, a iteração de Newton pode ser escrita na notação indicial, como

$$X_i^{n+1, v+1} = X_i^{n+1, v} - \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v}}{\partial X_j^{n+1, v}} \right)^{-1} R_i^{n+1, v}; i, j = 1, \dots, N_q \quad (14)$$

onde N_q é o número de espécies químicas ou componentes. Na Eq. (14), $X_i^{n+1, v+1}$ é a $(v+1)$ -ésima iteração de X_i no tempo $(n+1)$, e $R_j^{n+1, v}$ é a v -ésima iteração da equação j . $X_i^{n+1, v+1}$ convergirá quando a norma infinita de X for pequena, ou seja, $\|X_i^{n+1, v+1} - X_i^{n+1, v}\|_\infty \leq \epsilon$. Escrevendo $dR_j^{n+1, v}$, como

$$dR_j^{n+1, v+1} = \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n, m}} \right) dX_i^{n, m} + \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n+1, v+1}} \right) dX_i^{n+1, v+1} = 0 \quad (15)$$

onde, m refere-se à última iteração do instante de tempo n .

Se os erros no instante n e $n+1$ são ϵ_i^n e ϵ_i^{n+1} , respectivamente, pode-se escrever a Eq. (15) como

$$\left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n+1, v+1}} \right) \epsilon_i^{n+1} = \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n, m}} \right) \epsilon_i^n; i, j = 1, \dots, N_q \quad (16)$$

onde os sinais de ϵ não foram considerados, porque se está interessado nas normas de ϵ . Fazendo-se,

$$T = \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n+1, v+1}} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_j^{n+1, v+1}}{\partial X_i^{n, m}} \right) \quad (17)$$

pode-se escrever a Eq. (16), como

$$\epsilon_i^{n+1} = T \epsilon_i^n \quad (18)$$

onde T é a matriz transformação. Segundo Fung *et al.* (1989), a condição de estabilidade do intervalo de tempo (Δt) é

$$\| \epsilon_i^{n+1} \| \leq \| \epsilon_i^n \| \quad (19)$$

a qual garante que os erros introduzidos em um intervalo de tempo não serão amplificados nos intervalos seguintes. Esta condição é satisfeita se T é normal, requerendo que

$$\rho(T) = \max \| \alpha_i(T) \| \leq 1; 1 \leq i \leq N_q \quad (20)$$

onde ρ é o raio espectral e α_i os autovalores de T . A análise anterior proposta por Fung *et al.* (1989) determina se o sistema como um todo é estável. Entretanto, o objetivo é determinar quais células são instáveis com o Δt escolhido. Fung *et al.* (1989) sugerem que a Eq. (21) seja escrita para cada célula e seja calculado o máximo autovalor de T . Caso se verifique a

condição dada pela Eq. (23) o volume será tratado via IMPES, caso contrário via TI. Maiores detalhes podem ser encontrados nos trabalhos de Fung *et al.* (1989) e Marcondes (1996).

Fung *et al.* (1989) argumentaram que se deve excluir de R_i os termos de acumulação no instante n para que este critério funcione adequadamente. Para o cálculo das derivadas admitiu-se que o escoamento é incompressível. Isto de certa forma facilita o cálculo dos autovalores. Numa etapa posterior desprezou-se esta hipótese e o comportamento do método foi idêntico. Portanto, todos os resultados que serão expostos a seguir empregando a análise de estabilidade, foram obtidos considerando-se que os fluidos presentes no reservatório são incompressíveis.

RESULTADOS

Todos os casos analisados nesta seção foram obtidos com os seguintes critérios: ΔP^*_{max} igual a 68,95 kPa e $\Delta S^*_{w,max}$ igual a 5×10^{-3} . Foram realizados alguns testes com $\Delta S^*_{w,max}$ igual a 10^{-3} e o mesmo ΔP^*_{max} e as razões de tempo do AIM em relação a metodologia TI foram semelhantes. Para as metodologias AIM e TI, uma nova iteração newtoniana foi requerida quando em algum volume as variações na saturação e pressão ultrapassaram valores predeterminados, independentemente da saturação ser explícita ou implícita. Para o IMPES isto aumentou consideravelmente o número de iterações de Newton por intervalo de tempo. O solver empregado foi o GMRES (Saad e Schultz, 1986) e foi utilizado preconditionamento à direita com uma ILU(1) (Marcondes *et al.*, 1995). O critério de parada no solver foi $\|r\|/\|r_0\| \leq 10^{-3}$, onde $\|r\|$ é a norma do resíduo após um determinado número de iterações e $\|r_0\|$ o resíduo inicial.

Para a metodologia AIM, se for utilizado valores apertados de ΔP^*_{max} e $\Delta S^*_{w,max}$ para a convergência do ciclo de Newton, a convergência do método adaptativo ficará sensivelmente prejudicada quando comparada com a metodologia TI, devido ao número excessivo de iterações newtonianas do AIM. Conforme Coutinho (1995) o método adaptativo pode ser considerado como um método de Newton Inexato, onde uma parcela do Jacobiano foi desprezada. Desta forma, o número de iterações das metodologias AIM e TI não necessariamente coincidem.

Antes de apresentar as comparações das metodologias, explicar-se-á como foi aplicado o critério de estabilidade proposto por Fung *et al.* (1989). No trabalho destes autores foi aplicado a metodologia AIM para problemas trifásicos (óleo, gás e água). Desta forma, o critério de estabilidade requer o cálculo de três autovalores em cada volume. Para evitar o cálculo dos autovalores em todos os volumes, Fung *et al.* (1989) propuseram que só fossem calculados os autovalores na fronteira entre regiões implícitas e explícitas. Onde existisse uma troca nas células testadas nesta região, todos os vizinhos explícitos deveriam ser testados se a troca é de explícito para implícito (troca à frente) ou nos vizinhos implícitos se a troca é de implícito para explícito (troca para trás), repetindo-se este procedimento até que nenhum volume devesse ser trocado. Este foi o primeiro procedimento implementado neste trabalho. Entretanto, não se conseguiu captar a frente de implicitude conforme comentado por Fung *et al.* (1989). Resolveu-se então calcular os autovalores para todos os volumes. Observe-se que com a hipótese de incompressibilidade dos fluidos é necessário calcular somente um autovalor por volume. Mesmo calculando-se os autovalores para todas as células observou-se somente uma pequena parcela de células implícitas. Desprezando-se a hipótese de incompressibilidade os resultados foram idênticos. Para os resultados que serão expostos, foram testados o critério de estabilidade juntamente com critério de mudança na saturação.

Outro ponto que deve ser enfatizado nos resultados apresentados a seguir é que foram construídos programas distintos para as metodologias AIM, IMPES e TI. Desta forma o cálculo adicional associado à montagem do Jacobiano e do solver para as metodologias IMPES e TI foi evitado.

Nas tabelas a seguir, λ_1 é o limite para troca à frente, λ_2 o limite para troca para trás e ΔS_w é a variação na saturação da água empregada para troca de implicitude. Utilizando o critério na saturação, sempre que uma célula foi trocada todos os seus vizinhos foram checados. Para troca para trás foram realizados alguns testes para descobrir a frequência com que a mesma deveria ser realizada. A troca a cada 20 iterações no tempo forneceu bons resultados. Foram testados as seguintes frequências: 10, 20, 30 e 50. Todos os testes foram realizados numa estação de trabalho SUN SPARC Station 10 com 2 CPUs P61 com 128 Mbytes de RAM. Os tempos de CPU apresentados foram normalizados dividindo-se o tempo de computação pelo tempo de computação mínimo entre os métodos. Os mesmos referem-se a montagem do Jacobiano, lado direito (função resíduo) e tempo no solver.

O primeiro caso analisado é para o escoamento cujas curvas de permeabilidade relativa são funções quadráticas da saturação. Os dados físicos e geométricos encontram-se na Tab. 1 e as curvas de permeabilidade relativa e razão de viscosidade são fornecidas pela Eq. (21). A Fig. 3 apresenta a malha hexagonal-híbrida empregada.

$$K_{rw} = \frac{S_w^2}{M(1-S_w)^2 + S_w^2}; K_{ro} = 1 - K_{rw}; M = \frac{\mu_o}{\mu_w} \quad (21)$$

Tab. 1 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 1

Dados do reservatório	Condição inicial	Propriedades físicas
$k = 12,5 \times 10^{-13} \text{ m}^2$	$S_{wi} = 0$	$B_o = B_w = 1 \text{ a } 0 \text{ Pa}$
$h = 6,09 \text{ m}$	$P_i = 6,893 \times 10^7 \text{ Pa}$	$P_c = 0$
$A = 1,6 \times 10^7 \text{ m}^2$	$S_w = 0$	$\mu_o = 10^{-3} \text{ Pa.s}$
$\phi = 0,08$		$\mu_w = 1/M \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$
$r_w = 0,0914 \text{ m}$		$c_o = c_w = 1,45 \times 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$
		$ \bar{q}_i = \bar{q}_w = 1,10 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$

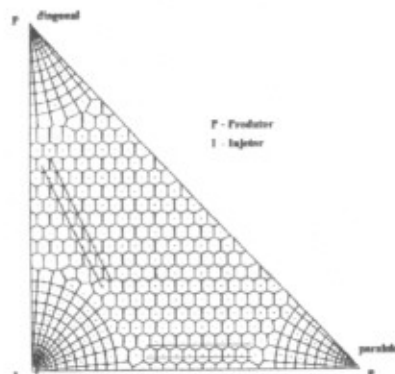


Fig. 3 - Malha hexagonal híbrida com 445 volumes

O cálculo do erro de volume global de cada componente (EBC_p) foi obtido via Eq. (22). O numerador da Eq. (22), a cada instante da simulação, representa o erro no volume da fase p medido desde o instante inicial da simulação e o denominador o volume de água injetada.

$$EBC_p = (V_{i,p} + \sum \bar{q}_{wi} \Delta t - \sum \bar{q}_{pp} \Delta t - V_{f,p}) / \sum \bar{q}_{wi} \Delta t \quad (22)$$

onde, $V_{i,p}$ é o volume inicial da fase p , $V_{f,p}$ o volume final da

fase p avaliada em um determinado instante de tempo, q_{inj} o volume total de água injetada em cada intervalo de tempo e q_{pp} o volume total de água produzida em cada intervalo de tempo.

Da Tab. 2 observa-se que o critério baseado na análise de estabilidade requereu somente uma pequena parcela dos volumes a serem implícitos. Praticamente não existiu muito efeito nos limites dos autovalores testados para as trocas à frente e para trás. Para este caso um valor de $\Delta S_w=0,01$ aliado ao critério de estabilidade forneceu o melhor resultado. Observa-se que, utilizando somente o critério de troca baseado na variação da saturação, uma grande parcela dos volumes é implícita no final da simulação, principalmente para pequenos valores de ΔS_w . Nota-se também que existiu um caso onde o AIM requereu mais tempo de CPU que a metodologia TI. Observe-se que neste caso existiu uma diferença acentuada no número de iterações de Newton, significando então, que o critério utilizado para chaveamento da metodologia AIM não detectou adequadamente as regiões de surgimento de instabilidades. Pode-se observar também que os erros de balanço do IMPES são superiores aos do AIM e TI. Este fato pode ser explicado considerando que apenas uma iteração do ciclo de Newton foi realizada e de se ter empregado o mesmo critério de convergência no *solver* para as três metodologias. Para o processo de integração foi empregado o esquema de passo de tempo variável (Aziz e Settari, 1979).

Tab. 2- Malha hexagonal-híbrida com 445 volumes - $M=10$, 1,82 VPI-menor tempo de CPU=236,6seg

Método	Critério	TCPU	NIT	NIN	PI (%)	EBCp (%)	
						óleo	água
AIM	autovalor $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8$	1,04	381	541	4,93	$3,81 \times 10^{-4}$	$1,91 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor $\lambda_1=1; \lambda_2=0,9$	1,04	381	541	4,60	$3,86 \times 10^{-4}$	$2,10 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor $\lambda_1=0,8; \lambda_2=0,6$	1,04	380	529	6,79	$3,46 \times 10^{-4}$	$1,39 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor+variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,01$	1,00	359	509	12,96	$3,12 \times 10^{-4}$	$1,37 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor+variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,02$	1,01	360	515	10,22	$4,10 \times 10^{-4}$	$2,30 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor+variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,05$	1,06	372	550	6,35	$3,76 \times 10^{-4}$	$2,34 \times 10^{-4}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,01$	1,20	359	514	64,45	$3,11 \times 10^{-4}$	$1,18 \times 10^{-4}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,02$	1,18	359	517	56,59	$4,21 \times 10^{-4}$	$1,98 \times 10^{-4}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,05$	1,35	374	630	31,08	$4,17 \times 10^{-4}$	$1,78 \times 10^{-4}$
TI	-	1,26	358	504	100	$2,62 \times 10^{-4}$	$1,76 \times 10^{-4}$
IMPES	$\Delta t_{max}=2$ dias	11,00	7564	7564	0	$1,22 \times 10^{-2}$	$1,23 \times 10^{-2}$

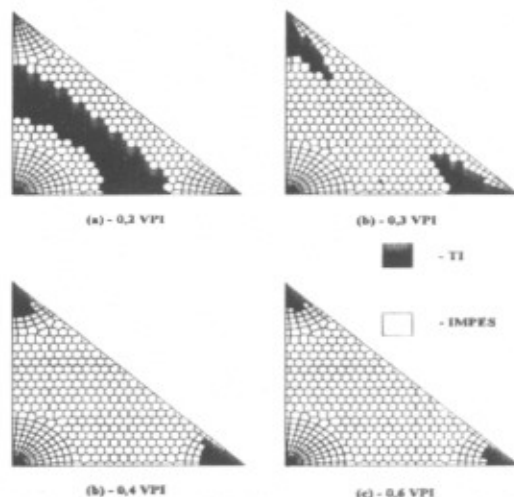


Fig. 4 - Campos de implicitidade para quatro valores de VPI - $\lambda_1=1,0$, $\lambda_2=0,8$ e $\Delta S_w=0,01$

A Fig. 4 apresenta as frentes de implicitidade para quatro va-

lores de VPI. Esta figura foi obtida para $\lambda_1=1,0$, $\lambda_2=0,8$ e $\Delta S_w=0,01$. Verifica-se que para valores elevados de VPI somente um pequeno número de volumes foram mantidos implícitos. Observe que ocorreu uma queda substancial no número de células implícitas de 0,2 para 0,6 VPI. Este fato ocorreu devido a 0,6 VPI a frente de água já ter atingido os poços produtores. Após a chegada da frente no poço produtor o número de células implícitas vai diminuindo proporcionalmente à queda da saturação no poço. Para este caso a chegada da frente ocorre aproximadamente a 0,3 VPI, ver Fig. 5.

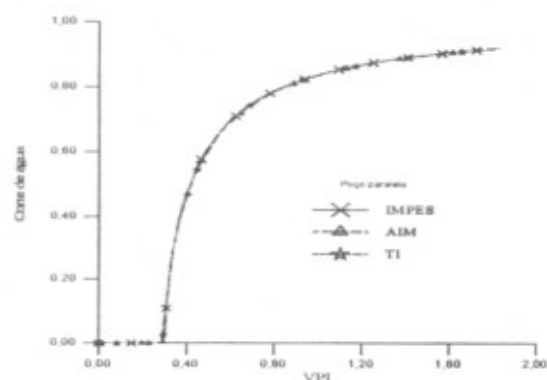


Fig. 5 - Comparação de metodologia corte de água

A Fig. 5 mostra as curvas de corte de água para as metodologias AIM, TI e IMPES para o poço paralelo. O corte de água é definido como a razão do volume de água produzido e o volume total de líquido produzido (óleo + água). Observa-se uma boa concordância dos resultados.

Tab. 3 - Malha hexagonal-híbrida com 445 volumes - $M=50$ - 1,82 VPI - menor tempo de CPU = 234,04 seg

Método	Critério	TCPU	NIT	NIN	PI (%)	EBCp (%)	
						óleo	água
AIM	autovalor $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8$	1,30	362	592	7,74	$6,75 \times 10^{-4}$	$2,09 \times 10^{-3}$
AIM	autovalor $\lambda_1=0,8; \lambda_2=0,6$	1,40	361	617	11,21	$6,96 \times 10^{-4}$	$1,85 \times 10^{-3}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,01$	1,00	346	442	13,64	$7,21 \times 10^{-4}$	$1,81 \times 10^{-3}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,02$	1,24	348	563	13,40	$7,65 \times 10^{-4}$	$1,74 \times 10^{-3}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=0,8; \lambda_2=0,6; \Delta S_w=0,01$	1,00	346	441	15,58	$6,96 \times 10^{-4}$	$1,81 \times 10^{-3}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,01$	1,18	344	445	67,06	$7,64 \times 10^{-4}$	$1,93 \times 10^{-3}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,02$	1,64	347	639	59,92	$7,51 \times 10^{-4}$	$1,98 \times 10^{-3}$
TI	-	1,28	343	436	100	$5,25 \times 10^{-4}$	$2,21 \times 10^{-3}$
IMPES	$\Delta t_{max}=1$ dia	26,5	15088	15088	0	$6,19 \times 10^{-2}$	$6,22 \times 10^{-2}$

Na Tab. 3 observa-se que o critério de estabilidade não conseguiu captar adequadamente o surgimento de instabilidades, tomando os resultados do AIM inferiores aos da metodologia TI. Nota-se que este escoamento é mais instável que aquele analisado na Tab. 2, devido a maior razão de viscosidade. Observe-se que as percentagens de implicitidade foram superiores à aquelas da Tab. 2 e, mesmo assim, não foram obtidos bons resultados somente com o critério de instabilidade. Verifica-se que o critério não foi capaz de detectar adequadamente o surgimento das instabilidades a fim de assegurar robustez na solução de Newton e desta forma, um número excessivo de iterações de Newton foram realizadas. Observe-se também, que mesmo trabalhando-se com os critérios de instabilidade e variação na saturação, não foi detectado o surgimento de instabilidades para $\Delta S_w=0,02$ durante algum período da simulação, o que resultou num número excessivo de iterações de Newton quando comparado com o mesmo caso com $\Delta S_w=0,01$.

A Fig. 6 apresenta uma malha hexagonal com 410 volumes. Os dados do reservatório estão listados nas Tabs. 4 e 5. As curvas de viscosidade são dadas pela Eq. (23). A Tab. 6 apresenta os resultados obtidos para esta configuração. Para este caso nota-se que foi requerida uma pequena quantidade de implicitude, mesmos para os casos onde somente o critério de variação na saturação foi utilizado. Com exceção do método IMPES, o número de intervalos de tempo para todas as simulações coincidiram. Neste caso, o método que forneceu melhores resultados em termos de tempo de CPU foi o AIM com o critério de troca baseado na variação de saturação ($\Delta S_w=0,02$).

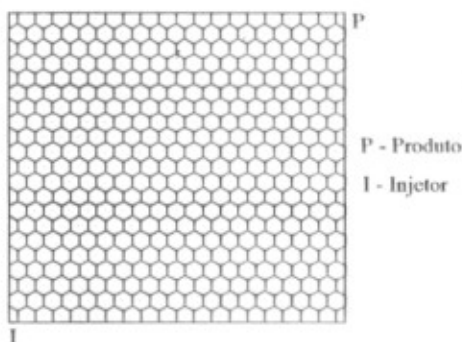


Fig. 6 - Malha hexagonal com 410 volume

Tab. 4 - Dados físicos e geométricos do reservatório - caso 2

Dados do reservatório	Condição inicial	Propriedades físicas
$k = 3,0 \times 10^{13} \text{ m}^2$	$S_w = 0,22$	$B_o = B_w = 1$ a $2,068427 \times 10^7 \text{ Pa}$
$h = 15 \text{ m}$	$P_i = 2,068427 \times 10^7 \text{ Pa}$	$P_c = 0$
$A = 2,14048 \times 10^6 \text{ m}^2$	$S_w = 0,20$	$c_o = c_w = 7,25 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$
$\phi = 0,30$		$ \bar{q}_w = \bar{q}_o = 2,76 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
$r_w = 0,122 \text{ m}$		

Tab. 5 - Permeabilidades relativas

S_w	0,220	0,300	0,400	0,500	0,600	0,800	0,900	1,00
K_{ro}	1,000	0,400	0,125	0,0649	0,0048	0,0	0,0	0,0
K_{rw}	0,0	0,070	0,150	0,240	0,330	0,650	0,830	1,00

$$\mu_w = 10^{-3} \left[1 + 1,45 \times 10^{-12} (P - 1,37 \times 10^7) \right] \text{ (Pa.s)}$$

$$\mu_o = 1,163 \times 10^{-2} \left[1 + 1,45 \times 10^{-12} (P - 1,37 \times 10^7) \right] \text{ (Pa.s)}$$

Tab. 6 - Malha hexagonal com 410 volumes - 1,82 VPI menor tempo de CPU = 171,29 seg

Método	Critério	TCPU	NIT	NIN	PI (%)	EBCp(%)	
						óleo	água
AIM	autovalor $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8$	1,05	882	953	1,26	$3,45 \times 10^{-4}$	$6,81 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor $\lambda_1=0,8; \lambda_2=0,6$	1,06	882	957	1,87	$3,22 \times 10^{-4}$	$6,48 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,01$	1,03	882	936	1,46	$3,24 \times 10^{-4}$	$6,50 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=1; \lambda_2=0,8; \Delta S_w=0,02$	1,05	882	953	1,26	$3,45 \times 10^{-4}$	$6,81 \times 10^{-4}$
AIM	autovalor + variação $\lambda_1=0,8; \lambda_2=0,6; \Delta S_w=0,01$	1,04	882	940	2,06	$3,01 \times 10^{-4}$	$6,18 \times 10^{-4}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,01$	1,14	882	941	13,23	$4,02 \times 10^{-4}$	$5,27 \times 10^{-4}$
AIM	variação $\Delta S_w=0,02$	1,00	882	949	3,26	$3,67 \times 10^{-4}$	$5,41 \times 10^{-4}$
TI	-	1,38	882	934	100	$3,60 \times 10^{-4}$	$2,55 \times 10^{-4}$
IMPES	$\Delta t_{max} = 4 \text{ dias}$	7,25	10676	10676	0	$8,63 \times 10^{-5}$	$8,61 \times 10^{-5}$

CONCLUSÕES

Para todos os testes realizados a metodologia IMPES requereu maior tempo de CPU. Por exemplo, para a malha hexagonal-híbrida empregada o IMPES requereu 11 vezes mais tempo de CPU que o AIM com o critério de estabilidade aliado a variação de saturação para $M=10$. Para $M=50$ está relação

aumentou para 26,2. Observe-se que a única diferença nestes dois casos foi a razão de viscosidade e por conseguinte a curva de fluxo fracionário. Nos testes realizados, conseguiu-se uma razoável redução de tempo de execução aliando-se ao critério de estabilidade o critério de variação na saturação. No trabalho de Fung *et al.* (1989) não foi necessário a utilização do critério estabilidade juntamente com o critério de variação na saturação. O critério de estabilidade mostrou-se robusto para detectar as regiões onde a maior implicitude era necessária. Uma possível causa para a não ocorrência deste fato no presente trabalho, foi ter-se trabalhado apenas com escoamento bifásico (óleo-água), no qual as instabilidades físicas são bem menores.

REFERÊNCIAS

- Aziz, K. e Settari, A.: "Petroleum Reservoir Simulation", Applied Science Publishers, 1979.
- Coutinho, A. L. G. A.: "Comunicação pessoal", 1995.
- Forsyth Jr., P. A. e Sammon, P. H.: "Practical Considerations for Adaptive Implicit Methods in Reservoir Simulation", *Journal of Comput. Physics*, 62, 1986, pp. 265-281.
- Fung, I. S. K., Collins, D. A., Nghiem, L. X.: "An Adaptive-Implicit Switching Criterion Based on Numerical Stability Analysis", *SPE Reservoir Engineering*, 1989.
- Maliska Jr., C. R.: "Um Robusto Gerador de Diagramas de Voronoi para Discretização de Domínios Irregulares", XIV *CILAMCE*, São Paulo, SP, Dezembro, 1993.
- Marcondes, F.: "Solução Numérica usando métodos adaptativos - implícitos e malha de Voronoi de problemas de Reservatórios de Petróleo", Tese de doutorado, UFSC Florianópolis - SC, 1996.
- Marcondes, F., Zambaldi, M. C. e Maliska, C. R.: "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas de Voronoi", *VENCIT*, São Paulo, SP, Dez, 1994.
- : "Comparação de Métodos Iterativos não Estacionários em Malhas não Estruturadas de Voronoi na Solução de Problemas de Petróleo", *XIII COBEM*, Belo Horizonte, MG, 1995.
- Palagi, C.: "Generation and Application of Voronoi Grid to Model Flow in Heterogeneous Reservoirs", PhD dissertation, Stanford University, Stanford, 1992.
- Peaceman, D. W.: "Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation", Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1977.
- Russell, T. F.: "Stability Analysis and Switching Criteria for Adaptive Implicit Methods Based on the CFL Condition", artigo SPE 18416, *Tenth Symposium on Reservoir Simulation*, Houston, 1989.
- Saad, Y. e Schultz, M. H.: "GMRES: A General Minimal residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7, 1986, pp. 856-869.
- Thomas, G. W. e Thurnau, D. H.: "Reservoir Simulating Using an Adaptive Implicit Method", *Soc. Pet. Eng. J.*, 1983, pp. 759-768.
- Young, I. C. e Russel, T. F.: "Implementation of an Adaptive Implicit Method", artigo SPE 25245, *Twelfth Symposium on Reservoir Simulation*, New Orleans, 1993.

ABSTRACT

This work presents one comparison among three methodologies of linearization for petroleum reservoir simulation: IMPES -Implicit Pressure Explicit Saturation, TI - Totally Implicit and AIM - Adaptive Implicit Method. Attention is given to the criteria employed for switching from IMPES to TI and vice-versa. The two phase (oil and water) black-oil model is employed. The equations are discretized using the finite-volume method with a Voronoi's non-structured mesh for discretization of physical domain.