ABCM VII ENCIT - Rio de Janeiro, RJ BRAZIL (November, 1998)

PUC RIO

SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS QUASE–UNIDIMENSIONAIS DE FLUIDOS COMPRESSÍVEIS E VISCOSOS EM TUBEIRAS COM TROCA DE CALOR

Fernando Laroca[1], Carlos H. Marchi[2] e Antonio Fábio C. da Silva[1]

[1]SINMEC – Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040–900 – Florianópolis – SC – Brasil

[2]Universidade Federal do Paraná, DEMEC/UFPR
Curitiba, Paraná
e-mail: marchi@cce.ufpr.br

RESUMO

Neste trabalho são investigados os efeitos combinados da variação de área, fricção e troca de calor sobre escoamentos de fluidos compressíveis em bocais do tipo convergente-divergente (tubeiras). É utilizado um modelo quase-unidimensional e sua solução numérica é obtida através do método dos volumes finitos. Os resultados encontrados apresentaram boa concordância com a solução analítica do escoamento isentrópico e com resultados numéricos de escoamentos com fricção e troca de calor da literatura. Entretanto, foram verificadas discrepâncias na comparação com resultados experimentais. Concluiu-se que essas discrepâncias devem ser creditadas à bidimensionalidade dos escoamentos em bocais.

INTRODUÇÃO

Bocais do tipo convergente-divergente são utilizados em motores-foguete para expandir os gases resultantes da combustão de seus propelentes. Esta expansão produz uma grande variação da quantidade de movimento dos produtos da combustão, o que resulta na força de empuxo do motor.

O escoamento no interior de um bocal é, de uma maneira geral, tridimensional axissimétrico, compressível, com regiões subsônicas, transônicas e supersônicas, com fricção, e transferência de calor nas paredes. Para projetar esses bocais é importante conhecer as propriedades do escoamento, tais como pressão e temperatura locais. Além disso, necessita-se determinar os parâmetros globais como o fluxo de massa dos propelentes e o empuxo desenvolvido pelo bocal.

Para um projeto preliminar, uma hipótese amplamente utilizada é a de considerar o escoamento quase-unidimensional. Isto torna possível uma solução analítica das equações governantes para casos limites, e reduz muito o custo computacional no caso de uma solução numérica. Um dos objetivos deste trabalho é avaliar as condições em que a hipótese de escoamento quase-unidimensional é aplicável.

Os principais efeitos a serem considerados nesse escoamento são a variação de área, a fricção, e a troca de calor entre o escoamento e as paredes. Se as temperaturas alcançadas forem muito elevadas, a troca de calor por radiação e a dissociação química também se tornam importantes. Contudo, radiação e reações químicas não são consideradas neste trabalho em virtude das baixas temperaturas dos problemas analisados.

Beans (1992) apresenta um forma para resolver as equações governantes de um escoamento quase-unidimensional com variação de área, fricção, e transferência de calor, com uma formulação que utiliza somente uma equação diferencial ordinária, não-linear, para o número de Mach. Essa equação é resolvida pelo método de Runge-Kutta de 4ª. ordem. Ela é deduzida por Shapiro (1953), e, na sua formulação completa, contempla também os efeitos da injeção de massa, e variações da composição química e do calor específico.

No presente trabalho emprega-se o método dos volumes finitos, como descrito por Maliska (1995), para resolver o modelo matemático quase-unidimensional do escoamento em bocais do tipo convergente-divergente. O coeficiente de transferência de calor e o fator de fricção são avaliados através de correlações empíricas. A vantagem do método empregado neste trabalho está na maior facilidade de obter-se soluções para propriedades variáveis. Além disso, esta mesma metodologia pode ser empregada em escoamentos tridimensionais.

É feita uma investigação sobre a influência dos efeitos de fricção e transferência de calor sobre o escoamento nos bocais.

Os resultados são comparados com soluções analíticas de casos limites, resultados numéricos e resultados experimentais encontrados na literatura visando analisar o modelo matemático a seguir.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O fenômeno físico é caracterizado pelo escoamento quase-unidimensional de um fluido newtoniano, compressível, e termicamente perfeito no interior de um bocal do tipo convergente-divergente.

As equações governantes são as de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, e da energia, além da equação de estado dos gases perfeitos. Essas equações são mostradas, respectivamente, abaixo.

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u A)}{\partial x}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u A)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u A u)=-A\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{4}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu A\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\tau_w P_w \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A c_p T)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho A u c_p T)=A\frac{\partial p}{\partial t}+Au\frac{\partial p}{\partial x}+ +\frac{\partial}{\partial x}\left(kA\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{4}{3}\mu A\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+|u|\tau_w P_w+\frac{q_c'' P_w}{\cos\alpha} \tag{3}$$

$$p=\rho R T \tag{4}$$

onde A é a área da seção transversal do escoamento, c_p é o calor específico à pressão constante, k é a condutividade térmica, p é a pressão, P_w é o perímetro da seção transversal do bocal, q_c'' é o fluxo de calor por convecção na parede, R é a constante do gás, t é o tempo, T é a temperatura, u é a velocidade, x é a coordenada espacial, α é o ângulo de inclinação da parede em relação ao eixo longitudinal do bocal, μ é a viscosidade dinâmica, ρ é a massa específica do fluido e τ_w é a tensão viscosa junto à parede.

Como o modelo é quase-unidimensional, a tensão viscosa junto à parede (Bejan, 1995) e o fluxo de calor por convecção (Shapiro, 1953) são dados por

$$\tau_w = \frac{f}{8}\rho u^2 \tag{5}$$

$$q_c^{\cdot} = h\left(T_w - T_{aw}\right) \tag{6}$$

onde, além dos símbolos já apresentados, f é o fator de fricção local, h é o coeficiente local de transferência de calor por convecção, T_w é a temperatura da parede, e T_{aw} é a temperatura de parede adiabática.

Para avaliar o coeficiente local de transferência de calor, h, é utilizada a correlação empírica proposta por Bartz (1957). Essa correlação foi obtida para um bocal cônico, cujos ângulos das partes convergente e divergente possuíam 30° e 15°, respectivamente, e na garganta um raio de arredondamento igual ao diâmetro da garganta. A correlação é dada por (para unidades do Sistema Internacional)

$$h = \left[\frac{0.026}{D_g^{0.2}}\left(\frac{\mu^{0.2}c_p}{Pr^{0.6}}\right)_t\left(\frac{P_C}{C^*}\right)^{0.8}\left(\frac{D_g}{r_c}\right)^{0.1}\right]\left(\frac{A_g}{A}\right)^{0.9}\sigma \tag{7}$$

onde A é a área local, A_g é a área na garganta, C^* é a velocidade característica, c_p é o calor específico à pressão constante, D_g é o diâmetro da garganta do bocal, P_C é a pressão na câmara ou reservatório, Pr é o número de Prandtl, r_c é o raio de curvatura na garganta; o subíndice t refere-se à propriedade na estagnação, e σ é um fator de correção devido às variações das propriedades na camada limite. A expressão para esse fator pode ser encontrada em Bartz (1957).

A temperatura de parede adiabática, T_{aw}, é dada por (Shapiro, 1953)

$$T_{aw} = T\left(1 + r\frac{\gamma-1}{2}M^2\right) \tag{8}$$

onde T é a temperatura local do fluido, r é o fator de recuperação adiabática, e M é o número de Mach local. O fator de recuperação vale aproximadamente $Pr^{1/3}$ para escoamentos turbulentos. Este foi o valor assumido neste trabalho.

A expressão para se obter a velocidade característica, C*, é encontrada em Huzel e Huang (1992).

O fator de fricção local, f, pode ser avaliado através da equação sugerida por Miller (1983), que representa aproximadamente o diagrama de Moody. O diagrama de Moody foi obtido para escoamentos incompressíveis, turbulentos, plenamente desenvolvidos, em dutos circulares de seção constante. A equação sugerida por Miller é expressa por

$$f = 0{,}25\left[\log\left(\frac{e/D}{3{,}7} + \frac{5{,}74}{Re_D^{0,9}}\right)\right]^{-2} \tag{9}$$

onde D é o diâmetro local, "e" é a rugosidade absoluta, Re_D é o número de Reynolds.

Outra forma de avaliar o fator de fricção local é através da analogia de Colburn (Bejan, 1995)

$$\frac{f}{8} = St\,Pr^{2/3} \tag{10}$$

onde St é o número de Stanton definido por

$$St = \frac{Nu_D}{Re_D\,Pr} \tag{11}$$

onde Pr é o número de Prandtl, Nu_D é o número de Nusselt baseado no diâmetro, Re_D é o número de Reynolds baseado no diâmetro.

A analogia de Colburn foi obtida para escoamentos incompressíveis em placas planas. Também é valida para escoamentos em dutos circulares de seção constante, com $Pr \geq 0{,}5$.

As correlações utilizadas para o fator de fricção foram obtidas com escoamentos cujas características são muito diferentes dos escoamentos estudados no presente trabalho. Mesmo assim, deseja-se verificar se essas expressões fornecem bons resultados em bocais.

Para simular o escoamento em bocais, as equações (1) a (4) são resolvidas simultaneamente. A avaliação do fluxo de calor é feita utilizando o coeficiente de filme dado pela equação (7). A tensão cisalhante junto à parede é avaliada utilizando o fator de fricção dado pela equação (9) ou pela equação (10).

CONDIÇÕES DE CONTORNO

Em problemas envolvendo bocais do tipo convergente-divergente com escoamento subsônico na entrada e supersônico na saída o fluxo de massa é um resultado da simulação e, desta forma, não pode ser prescrito (Anderson, 1995). Assim, na entrada pode-se prescrever duas variáveis, por exemplo temperatura e pressão, e deixar uma variável, por exemplo a velocidade, flutuar em função dos resultados no interior do bocal.

Neste trabalho, as condições de contorno na entrada são aplicadas considerando um escoamento isentrópico entre o reservatório e a entrada do bocal. Assim sendo, as condições de estagnação na entrada do bocal são iguais às do fluido no reservatório. Na saída, como o escoamento é supersônico, as variáveis podem flutuar em função do resultado no interior do bocal.

Já que as condições de estagnação são conhecidas na entrada, a temperatura e pressão estáticas são prescritas em função da velocidade de forma explícita, ou seja, utilizando a velocidade da iteração ou instante anterior. Na saída, a temperatura e a pressão são extrapoladas linearmente utilizando os valores armazenados nos dois volumes adjacentes. Isto é equivalente a fazer as derivadas de segunda ordem nulas.

Tanto na entrada quanto na saída, as velocidades podem ser extrapoladas linearmente, da mesma forma que são feitas para a temperatura e a pressão na saída. Outra forma, a que é adotada no presente trabalho, é a extrapolação dos fluxos de massa, obtendo-se as velocidades a partir destes.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações diferenciais governantes são discretizadas através do método dos volumes finitos. É utilizada uma formulação para qualquer velocidade (Van Doormaal, 1985), com arranjo desencontrado de variáveis (Patankar, 1980), diferenças centrais aplicada com correção adiada (Lilek et al., 1997) como função de interpolação, e método SIMPLEC (Van Doormaal e Raithby, 1984) para o acoplamento pressão-velocidade. A solução do sistema linear resultante é obtida com o algoritmo de Thomas (Thomas, 1949).

A solução é obtida de forma segregada e, como as equações não são lineares, é necessário um procedimento iterativo. Detalhes do algoritmo de solução podem ser vistos em Maliska (1995).

O interesse é a obtenção da solução de estado permanente. Apesar disso, os termos transientes são mantidos devido a uma questão de conveniência numérica.

Como no estado permanente o fluxo de massa não varia mais, o critério de parada do processo iterativo é feito verificando se a variação do mesmo, de uma iteração no tempo para outra, está dentro de uma determinada tolerância. Além disso, verifica-se se, obedecendo a mesma tolerância, não há variação do fluxo de massa ao longo do bocal. Para isto, admitiu-se uma tolerância de 10^{-10}.

Para facilitar a convergência do ciclo iterativo, utilizou-se como condições iniciais os valores obtidos da solução analítica do escoamento isentrópico no bocal.

Para realizar os cálculos foi elaborado um programa computacional em Fortran 90.

RESULTADOS E COMPARAÇÕES

Inicialmente é verificada a solução numérica obtida no presente trabalho através da comparação com a solução analítica do escoamento isentrópico e com soluções obtidas por Beans (1992). Em seu trabalho, Beans obteve soluções para escoamentos com fricção e com troca de calor com o objetivo de demonstrar apenas que a metodologia empregada possibilitava o uso de fatores de fricção e coeficientes de transferência de calor variáveis.

Solução isentrópica. O programa foi aplicado na solução do escoamento sem fricção e troca de calor, portanto somente com efeito da variação de área. Os resultados são comparados com a solução analítica (John, 1984). O objetivo desse teste é verificar a implementação do método utilizado.

Foi utilizado o bocal convergente–divergente descrito por Beans (1992). Esse bocal tem 3,99 de razão entre comprimento e diâmetro da garganta. A parte convergente consiste de um arco de circunferência na entrada, e outro arco de arredondamento na garganta, ambos com raio igual ao diâmetro da garganta. A razão entre a posição da garganta e o seu diâmetro é igual a 1,3. A parte divergente é cônica com ângulo de 20°. As razões de áreas são de 3,482 e 8,0, na entrada e saída, respectivamente.

O erro encontrado para uma solução numérica utilizando 200 volumes de controle foi de 0,0015% no fluxo de massa. Utilizando 400 volumes o erro foi de apenas 0,0003% em relação à solução analítica.

Nesse trabalho o erro é definido por

$$\text{erro} = \frac{|S_A - S_N|}{S_A} \tag{12}$$

onde S_A representa a solução analítica e S_N representa a solução numérica.

Deve-se enfatizar que esta comparação é feita entre uma solução numérica e uma analítica, ambas unidimensionais. Os resultados demonstram que, com exceção dos termos que modelam a fricção e a troca de calor, tudo o mais, isto é, os demais termos das equações diferenciais, as condições de contorno, a discretização, e o processo de solução, foram corretamente implementados para o escoamento isentrópico num bocal do tipo convergente-divergente, pelo menos dentro das faixas de erros mencionadas acima.

Solução adiabática com fricção. Foram obtidos resultados para escoamentos adiabáticos com fricção, utilizando o bocal e a expressão para fator de fricção conforme Beans (1992). Para avaliar o fator de fricção, Beans utiliza a equação deduzida para escoamentos incompressíveis, laminares, em dutos de seção circular constante,

$$f = \frac{64}{Re_D} \tag{13}$$

onde Re_D é o número de Reynolds baseado no diâmetro.

Os resultados são comparados com os apresentados na tabela 2 da referência citada.

A tabela 1 a seguir mostra a comparação do resultado apresentado por Beans, para um escoamento com fricção onde Re_{Dg}=250, com os resultados obtidos no presente trabalho utilizando 200 e 400 volumes. Nesta tabela Mi, Mg e Me representam o número de Mach na entrada, na garganta e na saída, respectivamente, Xs/Dg é a razão entre a coordenada do ponto sônico e o diâmetro da garganta, e Cd é o coeficiente de descarga, que é a razão entre o fluxo de massa obtido experimentalmente ou numericamente e o fluxo de massa obtido da solução analítica isentrópica unidimensional.

Tabela 1 – Escoamento adiabático com fricção. Comparação dos resultados para Re_{Dg}=250.

	Presente trabalho 200 vol.	Presente trabalho 400 vol.	Beans (1992)	Isent.
Mi	0,1463	0,1456	0,1454	0,1527
Mg	0,9365	0,9362	0,9360	1,0000
Me	1,8946	1,8946	1,8946	3,6783
Xs/Dg	1,3450	1,3450	1,3448	1,3000
Cd	0,9587	0,9561	0,9531	1,0000

Na tabela 1, a última coluna refere-se ao escoamento sem fricção nesse mesmo bocal. Essa coluna foi incluída na tabela para mostrar que nesta situação hipotética de Re_{Dg}=250 os efeitos da fricção são consideráveis. Por exemplo, o número de Mach na saída do bocal é 3,6783 para o escoamento isentrópico e 1,8946 para o escoamento com fricção. Para escoamento adiabático com fricção em bocal convergente-divergente, pode-se demonstrar matematicamente (John, 1984) que o número de Mach sônico é atingido apenas na seção divergente.

A tabela 1 compara os resultados obtidos no presente trabalho com os obtidos por Beans (1992), isto é, duas soluções numéricas unidimensionais. Como já comentado na introdução, a metodologia empregada por Beans é significativamente distinta. Beans resolve uma única equação diferencial para o número de Mach pelo método de Runge-Kutta de 4ª. ordem.

Os resultados mostrados na tabela, além dos obtidos para Re_{Dg}=100, 500 e 1000 e não expostos no presente trabalho, permitem concluir que o termo de fricção foi corretamente implementado no presente trabalho.

Solução com fricção e troca de calor. Neste item são apresentados os resultados para escoamentos com fricção e troca de calor. Novamente, foram usadas as expressões para avaliar o fator de fricção e o coeficiente de transferência de calor conforme Beans (1992). Beans utiliza para avaliar o coeficiente de transferência de calor a seguinte expressão, que segundo o autor é derivada da analogia de Chilton-Colburn,

$$h = \frac{f}{8}\frac{c_p \dot{m}}{A} Pr^{1/3} \tag{14}$$

Os resultados são comparados com aqueles mostrados na tabela 3 da referência citada.

A tabela 2 a seguir mostra a comparação feita do resultado apresentado por Beans para um escoamento com fricção e troca de calor, onde o fator de fricção é f=0,04, e a razão entre a temperatura de parede e a temperatura de estagnação no ponto sônico vale $T_w/T_{ts}=0,6$. Nessa tabela P_{te} e T_{te} são as condições de estagnação na saída do bocal, e P_{ti} e T_{ti} são as condições de estagnação na entrada do bocal.

Tabela 2 – Escoamento com fricção e troca de calor. Comparação dos resultados para f=0,04 e $T_w/T_{ts}=0,6$.

	Presente trabalho		Beans	adiab.
	200 vol.	400 vol.	(1992)	
Mi	0,1523	0,1523	0,1522	0,1515
Mg	0,9924	0,9925	0,9923	0,9893
Me	3,2033	3,2031	3,2031	3,1671
Cd	0,9972	0,9970	0,9967	0,9923
P_{te}/P_{ti}	0,6345	0,6343	0,6341	0,6130
T_{te}/T_{ti}	0,9838	0,9839	0,9838	1,0000

Uma observação que deve ser feita é que para reproduzir os resultados da tabela 3 de Beans (1992) assumiu-se número de Prandtl igual a 0,7, e um fator de fricção constante na avaliação do coeficiente de transferência de calor (eq. 14). Para a avaliação da tensão cisalhante utilizou-se f=0,04 na garganta, e ao longo do bocal f varia de acordo com a equação (13).

Ainda na tabela 2, a última coluna refere-se ao escoamento adiabático. Essa coluna foi inserida para mostrar que o efeito da transferência de calor é pequeno em relação ao efeito de fricção.

As comparações feitas para $T_w/T_{ts}=1,0$ e 1,5 foram igualmente boas.

Comparações com resultados experimentais. Para verificar a validade das hipóteses e expressões utilizadas para avaliar o coeficiente de transferência de calor e o fator de fricção são feitas comparações com os resultados experimentais de Back et al. (1972). Nesta referência são apresentados resultados experimentais para três bocais do tipo convergente–divergente. Os dados das geometrias desses bocais são apresentadas na tabela 3, onde L é o comprimento do bocal, L_g é a posição da garganta, D_g é o diâmetro da garganta, ε_c e ε_e são as razões de áreas na entrada e saída, respectivamente; σ e λ são os ângulos do convergente e divergente, respectivamente; r_i e r_c são os raios de curvatura na entrada e na garganta.

Tabela 3 – Geometrias dos bocais apresentados por Back et al. (1972).

Bocal	1	2	3
L(mm)	150,495	185,039	74,797
L_g(mm)	90,754	64,872	34,953
D_g(mm)	45,822	40,640	40,640
ε_c	7,90	9,76	9,76
ε_e	2,66	6,63	2,30
σ	30°	45°	75°
λ	15°	15°	15°
r_i(mm)	36,068	20,320	25,400
r_c(mm)	45,720	12,700	5,080

A tabela 4 mostra os resultados experimentais para coeficiente de descarga e empuxo adimensional apresentados por Back et al.(1972). O empuxo adimensional, F*, é definido por

$$F^* = \frac{F}{F_{ID}} \tag{15}$$

onde F é a força de empuxo obtida experimentalmente ou da solução numérica, e F_{ID} é a força de empuxo obtida da solução isentrópica unidimensional.

Tabela 4 – Resultados experimentais de Back et al. (1972).

Bocal	1	2	3
Cd	0,990±0.008	0,983±0.008	0,951±0.005
F*	0,981	0,971	0,941

Para a simulação do bocal 1 foram utilizadas as condições apresentadas por Back et al. (1965). Na entrada as condições de estagnação são $P_{ti}=697,06$ kPa e $T_{ti}=833,33$ K. Além disso, Pr=0,70, R=290,7 J/kg.K, $\gamma=1,34$, e $\mu=3,58\times10^{-5}$ Pa.s. Conforme Back et al. (1965), a temperatura de parede varia de 0,45 a $0,58T_{ti}$. Porém, como isto tem pouca influência no resultado final, por simplicidade T_w foi considerado constante, com $T_w/T_{ti}=0,58$.

Para o bocal 2 as condições utilizadas foram praticamente as mesmas do bocal 1, mudando somente a pressão de estagnação na entrada para $P_{ti}=1,72369$ MPa, conforme Back et al. (1967).

A figura 1 mostra a geometria do bocal 2, os resultados da simulação para o número de Mach, o coeficiente de transferência de calor dado pela equação (7) e os fatores de fricção obtidos pelas equações (9) e (10).

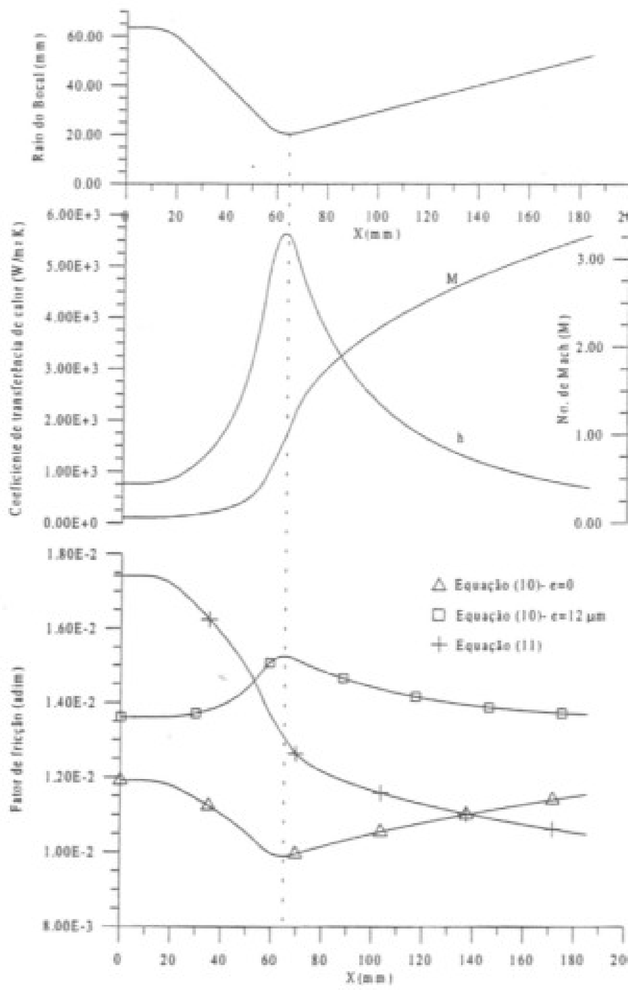

Figura 1 – Coeficiente de transferência de calor, fator de fricção e número de Mach ao longo do bocal 2.

Finalmente, para a simulação do bocal 3 foram usadas as condições apresentadas por Back e Cuffel (1971). Na entrada as condições de estagnação são P_{ti}=689,476 kPa e T_{ti}=300 K. E ainda, Pr=0,72, R=287,0 J/kg.K, γ=1,40, e $\mu=1,81\times10^{-5}$ Pa.s. A temperatura da parede do bocal, T_w, foi considerada constante, com T_w/T_{ti}=1,0. Portanto, enquanto nos bocais 1 e 2 o escoamento é refrigerado, no bocal 3 o escoamento é praticamente adiabático.

As simulações foram feitas utilizando 540 volumes e um microcomputador Pentium 200-Pro. O tempo de computação para cada simulação foi de aproximadamente cinco minutos.

Os erros das soluções obtidas com 540 volumes foram inferiores a 0,04% para Cd e F*. Estes erros foram calculados pela diferença entre as soluções numéricas com 270 e 540 volumes.

Os resultados obtidos para coeficientes de descarga e empuxos adimensionais são apresentados na tabela 5, para diferentes formas de avaliação do fator de fricção.

Tabela 5 – Coeficientes de descarga e empuxos adimensionais dos bocais 1, 2 e 3.

	Bocal	1	2	3
Eq. (9)	Cd	1,0012	1,0014	0,9993
e=0	F*	0,9949	0,9934	0,9974
Eq. (9)	Cd	1,0006	1,0009	0,9991
e=12μm	F*	0,9935	0,9915	0,9962
Eq. (10)	Cd	1,0008	1,0010	0,9992
	F*	0,9943	0,9929	0,9974

Por definição, o escoamento unidimensional isentrópico resulta em coeficiente de descarga e empuxo adimensional iguais à unidade. Se forem considerados os efeitos da fricção, o coeficiente de descarga e o empuxo adimensional têm seus valores diminuídos. Quando são considerados os efeitos da transferência de calor, o empuxo adimensional sofre um ligeiro decréscimo, independente do sentido do fluxo de calor. Porém, o coeficiente de descarga pode sofrer uma pequena elevação se o escoamento for refrigerado, ou um pequeno decréscimo se o escoamento for aquecido.

Os resultados apresentados na tabela 5, acima, comparados com os da tabela 4, mostram que não há boa concordância entre a previsão numérica e os resultados experimentais, tanto para o Cd quanto para F*; a comparação piora do bocal 1 para o bocal 3. Além disso, pode-se observar, pela tabela 5, que existe pouca diferença entre as soluções obtidas com o fator de fricção calculado através da analogia de Colburn, e através da equação sugerida por Miller para tubos lisos ou rugosos.

Uma possível explicação para essa má concordância é o fato de que as expressões utilizadas para avaliar o fator de fricção foram obtidas para escoamentos plenamente desenvolvidos, de fluidos incompressíveis, e portanto com características distintas das condições reais. A própria equação (7) obtida experimentalmente para escoamentos em bocais, tem sua validade restrita aos bocais com ângulos da parte convergente de 45° e raio de curvatura na garganta igual ao diâmetro da garganta, restrição que só é atendida pelo bocal 1.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Nesta seção dois são os objetivos: (i) verificar a sensibilidade do coeficiente de descarga, Cd, e do empuxo adimensional, F*, às variações do fator de atrito e do coeficiente de transferência de calor; e (ii) verificar se as discrepâncias entre as previsões numéricas e os resultados experimentais podem ser creditadas às incertezas nas avaliações do fator de atrito e do coeficiente de transferência de calor.

Considera-se como referência o bocal 2 e a solução obtida com a equação (9) para e=0. Nas figuras 2 e 3, a seguir, estão plotados o Cd e o F*, respectivamente, em função dos parâmetros f/f_{ref} e h/h_{ref}. Um resultado para f/f_{ref}=4,0 e h/h_{ref}=2,0, por exemplo, indica que foi obtido admitindo-se que o fator de fricção era de 4 vezes o valor dado pela equação (9) e que o coeficiente de transferência de calor era 2 vezes o previsto pela equação (7).

Pela figura 2 pode-se verificar que aumentando o valor do coeficiente de transferência de calor as discrepâncias aumentam ainda mais. Além disso, os efeitos da transferência de calor são pequenos, principalmente sobre F*. Desta forma, nas figuras 2 e 3, a variação de coeficiente de transferência de calor é bem menor do que a do fator de fricção.

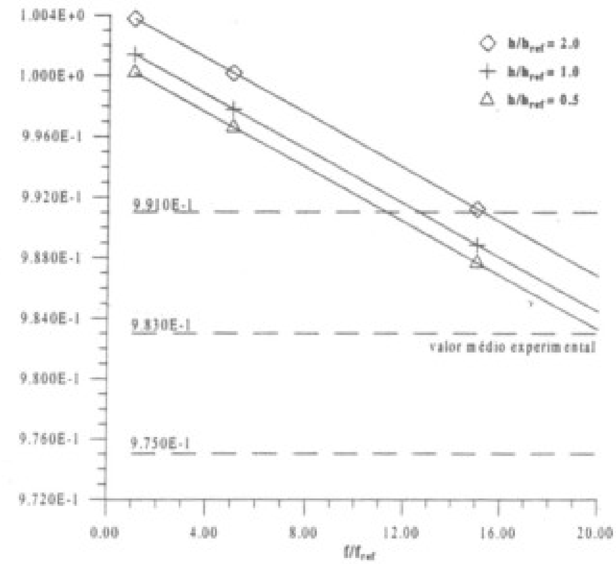

Figura 2 – Coeficiente de descarga em função de f/f_{ref} e h/h_{ref}.

A variação de F* com f/f_{ref} é muito mais pronunciada do que a variação de Cd. Assim, o gráfico da figura 3 é plotado somente até f/f_{ref}=10,0.

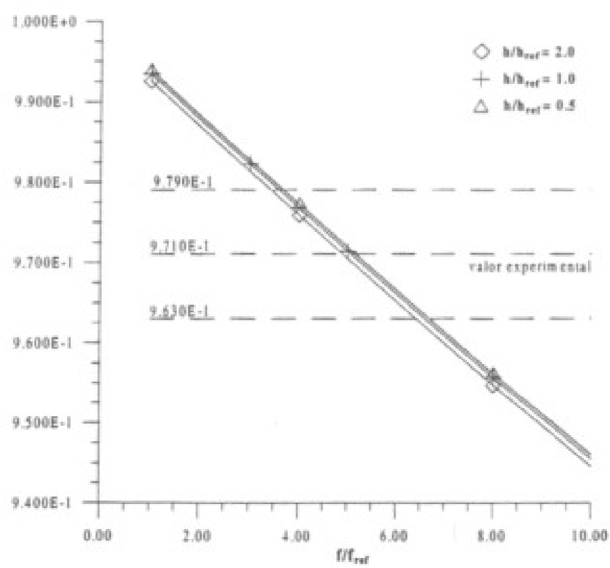

Figura 3 – Empuxo adimensional em função de f/f_{ref} e h/h_{ref}.

Nas figuras 2 e 3, as linhas tracejadas representam os valores experimentais e os limites inferiores e superiores das suas incertezas. Admitiu-se que a incerteza para o resultado experimental do empuxo adimensional tem o mesmo valor da incerteza do coeficiente de descarga.

Pode-se observar na figura 3 que para um fator de fricção de cerca de cinco vezes o valor de referência o empuxo adimensional fica muito próximo do resultado experimental. Entretanto, observando a figura 2, para este valor de fator de fricção, o coeficiente de descarga não concorda com o resultado experimental, inclusive levando em conta a sua incerteza. Mesmo considerando a rugosidade na equação (9), ou utilizando a equação (10), os resultados encontrados são muito próximos a estes.

Análises semelhantes foram feitas para os bocais 1 e 3. Para o bocal 1 foram encontrados resultados melhores, isto é, para um fator de fricção com cerca de quatro vezes o valor de referência, o coeficiente de descarga e o empuxo adimensional ficam próximos dos resultados experimentais. Porém, os resultados obtidos para o bocal 3 são piores do que os encontrados para o bocal 2.

A partir desses resultados, principalmente dos bocais 2 e 3, conclui-se que as discordâncias dos resultados numéricos com os resultados experimentais não se devem às incertezas experimentais nas avaliações do fator de fricção e do coeficiente de transferência de calor. Além disso, não foi possível determinar qual expressão é a mais adequada para avaliar o fator de fricção, uma vez que as diferenças entre os resultados obtidos com as duas expressões foram muito pequenas.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Uma formulação para resolver escoamentos quase-unidimensionais em bocais foi apresentada e avaliada. Os resultados obtidos quando comparados com soluções analíticas do escoamento isentrópico num bocal do tipo convergente-divergente mostram excelente concordância, validando a implementação dos processos de discretização, solução e aplicação das condições de contorno. A comparação com outras soluções numéricas demonstrou também que os termos de fricção e transferência de calor foram implementados adequadamente.

Entretanto, a comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais não atingiu a concordância desejada neste tipo de problema. Tentativas de imputar as discrepâncias às possíveis inadequações do fator de fricção e do coeficiente de transferência de calor não foram bem sucedidas, especialmente para os bocais 2 e 3.

Esses resultados conduzem à especulação de que o motivo da discordância deva ser creditada à bidimensionalidade do escoamento. A solução isentrópica bidimensional do escoamento no bocal 2 resulta em $Cd=0{,}979\pm0{,}001$ e $F^*=0{,}980\pm0{,}001$, conforme Marchi et al. (1992). Esses valores, apesar de obtidos para um escoamento isentrópico, sem fricção e transferência de calor portanto, se ajustam melhor aos resultados experimentais que a solução quase-unidimensional do presente trabalho, que tentou modelar esses efeitos. Deve-se notar que nos bocais 2 e 3, onde a concordância é mais difícil, os efeitos da bidimensionalidade do escoamento são mais pronunciados.

Com base nos resultados apresentados, conclui-se que soluções quase-unidimensionais de escoamentos em bocais, embora encontrados com freqüência na literatura, devem ser considerados com as devidas cautelas e reservas.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao colega e amigo Luciano Amaury dos Santos, doutorando da Universidade Federal de Santa Catarina, pelas críticas e sugestões ao presente trabalho, e principalmente pela ajuda na depuração do programa computacional. O primeiro autor também agradece o apoio financeiro do CNPq.

O segundo autor agradece aos contribuintes brasileiros que através das instituições UFPR e CAPES financiam o seu trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson Jr., J. D., 1995, "Computational Fluid Dynamics– The Basics with Applications", McGraw Hill, New York.

Back, L. H. e Cuffel, R. F., 1971, "Flow Coefficients for Supersonic Nozzles with Comparatively Small Radius of Curvature Throats", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 8, No. 2, pp. 196 – 198.

Back, L. H., Cuffel, R. F., Massier, P. F., 1972, "Influence of Contraction Section Shape and Inlet Flow Direction on Supersonic Nozzle Flow and Performance", *Journal of Spacecraft and Rockets* , Vol. 9, No. 6, pp. 420 – 427.

Back, L. H., Massier, P. F., e Cuffel, R. F., 1967, "Flow Phenomena and Heat Transfer in a Conical Supersonic Nozzle", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 4, No. 8, pp. 1040 – 1047.

Back, L. H., Massier, P. F., e Gier, H. L., 1965, "Comparsion of Measured and Predicted Flows Through Conical Supersonic Nozzles, with Emphasis on the Transonic Region", *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 9, pp. 1606 – 1614.

Bartz, D. R., 1957 "A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients ", *Jet Propulsion*, Vol. 37, pp. 49 – 51.

Beans, E. W., 1992, "Nozzle Design Using Generalized One-Dimensional Flow", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 8, No. 4, pp. 917 – 920.

Bejan, A., 1995 "Convection Heat Transfer", 2ed. McGraw Hill, New York.

Huzel D.K. e Huang, D.H., 1992 "Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines", AIAA *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 147.

John, J. E. A., 1984, "Gas Dynamics", 2ed., Allyn and Bacon Inc, Boston.

Lilek, Z., Muzaferija, S., Peric, M., 1997, "Efficiency and Accuracy Aspects of a Full-Multigrid Simple Algorithm for Three – Dimensional Flows", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 31, pp. 23 – 42.

Maliska, C. R., 1995 "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro.

Marchi, C. H., Silva, A. F. C, e Maliska, C. R., 1992, "Solução Numérica de Escoamentos Invíscidos em Tubeiras com Velocidade Supersônica na Saída", *Anais do IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 145 – 148.

Miller, R. W., 1983 "Flow Measurement Engineering Handbook", 2.ed., New York: McGraw Hill.

Patankar, S. V., 1980 "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.

Shapiro, A. H., 1953, "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow", Vol. 1, Ronald Press, New York.

Thomas, L. H., 1949, "Elliptic Problems in Linear Difference Equations Over a Network", *Watson Sci. Comput. Lab. Report*, Comlumbia University, New York.

Van Doormaal, J. P., 1985, "Numerical Methods for the Solution of Incompressible and Compressible Fluid Flows", PhD. Thesis, University of Waterloo, Canada.

Van Doormaal J. P., e Raithby G. D., 1984, "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147 – 163.