

## REPRESENTAÇÃO DE RESERVATÓRIOS HETEROGÊNEOS E COM FALHAS GEOLÓGICAS EM MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

**Jonas Cordazzo**

**Clovis R. Maliska**

**Antonio F. C. da Silva**

**Fernando S. V. Hurtado**

*jonas@sinmec.ufsc.br*

*maliska@sinmec.ufsc.br*

*fabio@emc.ufsc.br*

*fernando@sinmec.ufsc.br*

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor –  
SINMEC – [www.sinmec.ufsc.br](http://www.sinmec.ufsc.br)

Departamento de Engenharia Mecânica, 88040-900, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil

**Resumo.** *Identificar as melhores alternativas de modelar falhas geológicas na simulação de reservatórios de petróleo é sempre uma tarefa desafiadora para o analista numérico em função da necessidade da criação de procedimentos automáticos e bastante gerais. Como, na maioria dos casos a geometria das falhas é complexa, torna-se muito apropriado discretizar o domínio a partir de malhas não-estruturadas, como as que são utilizadas com o método dos volumes finitos baseado em elementos (Element-based Finite Volume Method - EbFVM). O procedimento comum consiste em representar as falhas como linhas (em 2D), onde a conexão entre os dois volumes de controle separados pela falha é anulada. Porém, é demonstrado que o modo tradicional de representar falhas é inconsistente com métodos que utilizam o conceito de elementos e funções de forma para interpolação das variáveis, como o EbFVM. Este artigo apresenta um novo conceito de modelar falhas geológicas, que consiste em representá-las através de elementos triangulares e/ou quadrangulares com espessuras reduzidas. Os nós que definem estes elementos podem ser facilmente posicionados de modo a representar com mais fidelidade a localização das falhas no reservatório, e os valores de permeabilidade atribuídos a estes elementos definirão o grau de selamento da falha. Através de comparações de resultados obtidos de problemas-teste são mostradas as potencialidades do esquema proposto e as dificuldades associadas à utilização da forma convencional de representar falhas e heterogeneidades em malhas não-estruturadas.*

**Palavras-chave:** *simulação de reservatórios de petróleo, falhas geológicas, volumes finitos, malhas não-estruturadas.*

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho discute os dois principais esquemas de representação de falhas geológicas e heterogeneidades em malhas não-estruturadas utilizadas na simulação numérica de reservatórios de petróleo. O procedimento comum em esquemas conservativos consiste em considerá-la como uma linha, cancelando o fluxo na interface entre dois volumes de controle, que são construídos ao redor dos nós da malha. Conforme demonstrado neste artigo, resultados com oscilações não-físicas podem surgir quando esse procedimento é utilizado em malhas não-estruturadas. Por outro lado, é mostrado que se a falha for modelada através de elementos geométricos, como triângulos e quadriláteros, com espessura reduzida e baixos valores de permeabilidade, os resultados obtidos são mais coerentes.

As diferentes alternativas de representar o campo de permeabilidade absoluta e porosidade também são consideradas neste trabalho. É demonstrado que quando as propriedades físicas são armazenadas no centro dos volumes de controle, como é o procedimento mais utilizado, os resultados obtidos podem apresentar também excessivas oscilações. Este trabalho propõe o armazenamento no centro dos elementos da malha, o que resulta em soluções numéricas que, qualitativamente, reproduzem melhor o comportamento físico esperado.

Este artigo inicia apresentando sucintamente o método dos volumes finitos baseado em elementos (*Element-based Finite Volume Method* - EbFVM), muito apropriado para trabalhar com malhas não-estruturadas. Em seguida, os esquemas propostos para representar falhas e heterogeneidade são testados utilizando problemas bem escolhidos para este fim.

## 2. O MÉTODO EbFVM

O método numérico escolhido neste trabalho para resolver o sistema de equações diferenciais foi o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (*Element-based Finite Volume Method* - EbFVM) (Maliska, 2004). Neste método o domínio é discretizado por elementos (triângulos e/ou quadriláteros para 2D) fornecidos pelo gerador de malhas, que são definidos essencialmente por duas matrizes, sendo a primeira com as coordenadas dos nós da malha e a segunda com a ordem de conectividade dos nós.

Para obter as equações aproximadas, no EbFVM a forma divergente da equação diferencial parcial é integrada sobre volumes de controle, o que é equivalente à impor a conservação neste volumes. O esquema de formação do volume de controle adotado neste método pertence a categoria *cell vertex*, uma vez que o centro do volume de controle é o vértice dos elementos que compõe a malha. Assim, os volumes de controle podem ser formados seguindo um procedimento geral que consiste em unir porções (sub-volumes de controle) de elementos vizinhos. A Fig. 1 apresenta um exemplo de uma malha utilizada neste método, onde aparece destacado um elemento triangular (formado pelos nós 5-3-2) e um quadrilátero (formado pelos nós 3-4-1-2). Nesta figura os volumes de controle formados ao redor dos nós 3 e 4 são também apresentados. É importante que o leitor se familiarize com a definição de elemento e volume de controle adotada neste trabalho e exemplificada na Fig. 1, uma vez que esses termos serão utilizados exhaustivamente ao longo deste artigo.

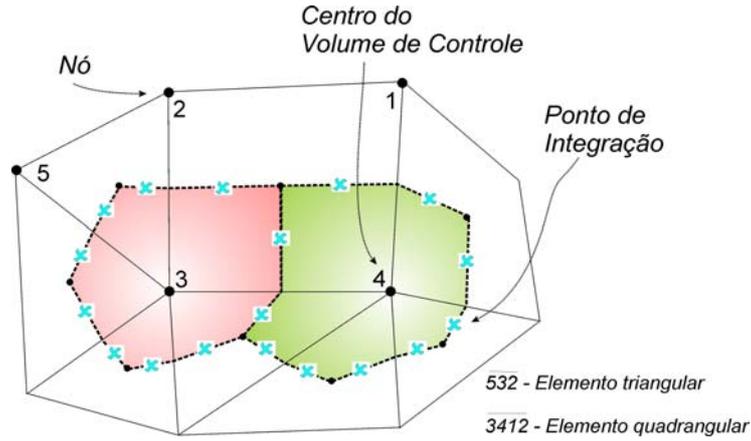


Figura 1 - Exemplo de uma malha utilizada no EbFVM

As equações diferenciais parciais consideradas neste trabalho, que regem o escoamento multifásico em meio poroso, e que são integradas no EbFVM tem a forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{s_m}{B_m} \right) = \bar{\nabla} \cdot (\lambda_m \bar{k} \bar{\nabla} p) + q_m \quad (1)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\lambda$  a mobilidade ( $\lambda = k_r / (B\mu)$ ),  $\phi$  a porosidade,  $s$  a saturação,  $B$  o fator volume de formação,  $\bar{k}$  o tensor permeabilidade absoluta,  $q$  o fluxo volumétrico por unidade de volume nas condições do reservatório, e  $m$  é o sub-índice que indica a fase.

Integrando a Eq. 1 no tempo e no volume de controle elementar, e aplicando o teorema da divergência de Gauss, esta equação pode ser escrita como

$$\frac{\phi_P \Delta V_P}{\Delta t} \left( \frac{s_m}{B_m} - \frac{s_m^o}{B_m^o} \right)_P = \int_S \lambda_m \bar{k} \bar{\nabla} p \cdot d\bar{S} + q_m \Delta V_P \quad (2)$$

onde  $\Delta V_P$  é o volume total do volume de controle formado pela soma dos volumes dos sub-volumes de controle pertencentes a diferentes elementos que compartilham o nó  $P$ . A integral de superfície da equação anterior, que é uma integral sobre todas as faces de um volume de controle, pode ser aproximada utilizando o valor da função no ponto médio de cada segmento que forma esta superfície:

$$\int_S \lambda \bar{k} \bar{\nabla} p \cdot d\bar{S} = \sum_i (\lambda \bar{k} \bar{\nabla} p \cdot \Delta \bar{S})_i \quad (3)$$

onde  $i$  representa estes pontos médios que são normalmente denominados de pontos de integração, e aparecem destacados com "x" na Fig. 1.

A aproximação do campo de pressão utilizada no EbFVM é do tipo

$$p = \sum_{i=1}^{NNE} N_i(\xi, \eta) p_i \quad (4)$$

onde  $NNE$  é o número de nós do elemento, que pode assumir valores 3 para triângulos e 4 para quadriláteros, e  $N_i$  são as funções de forma (Maliska, 2004). Normalmente as funções de forma são expressas em termos das coordenadas locais  $(\xi, \eta)$  no domínio transformado, uma vez que esse sistema de coordenadas permite que cada elemento seja tratado de forma idêntica, não importando quão distorcido ele possa ser em termos das coordenadas globais.

Como o campo de pressão em qualquer ponto do domínio é avaliado usando os valores nodais do elemento onde o ponto está contido, a integral de superfície dada na Eq. 3 resultará em diferentes expressões discretizadas, dependendo do tipo de elemento considerado. As diferenças são originadas em função do tipo de função de forma utilizada como função de interpolação em cada caso: linear para elementos triangulares e bi-linear para elementos quadriláteros. Apesar dessas diferenças, pode-se mostrar que não há nenhuma dificuldade adicional em lidar com tipos diferentes de elementos em uma mesma malha (Cordazzo *et al.*, 2004).

É importante mencionar ainda que, como o método numérico utilizado neste trabalho emprega as funções de forma e utiliza o conceito de elementos na formação da matriz de coeficientes como no Método dos Elementos Finitos (FEM), a flexibilidade geométrica resultante faz com que seja normalmente denominado de método de elementos finitos baseado no volume de controle (*Control Volume Finite Element Method* - CVFEM). Contudo, a denominação CVFEM é inapropriada porque leva ao entendimento de que trata-se de uma metodologia de elementos finitos que utiliza o volume de controle para a integração das equações. Na realidade, ela é uma metodologia de volumes finitos, cuja única similaridade com o método dos elementos finitos é o uso de elementos para a representação geométrica do domínio e funções de forma para a interpolação das variáveis. Por isso que uma melhor denominação seria Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (*Element-based Finite Volume Method* - EbFVM), pois trata-se de uma metodologia de volumes finitos que emprega o conceito de elementos e as funções de forma tipicamente utilizadas no FEM (Maliska 2004).

## 2. DIFERENTES ALTERNATIVAS DE MODELAR FALHAS COM O EbFVM

Nesta seção são discutidas diferentes formas de modelar falhas geológicas em esquemas conservativos que utilizam malhas não-estruturadas na discretização espacial. Basicamente, são duas as possibilidades de modelagem de falhas: (1) zerando o fluxo de massa diretamente nas interfaces dos volumes de controle, e (2) modelando a falha a partir de elementos geométricos com espessura reduzida e com baixos valores de permeabilidade absoluta.

No primeiro caso, a falha modelada não tem espessura, constituindo-se em uma linha em 2D ou uma superfície em 3D. A sua principal vantagem é a facilidade como é representada no esquema numérico: bastando zerar os fluxos entre os volumes de controle separados pela falha geológica. No entanto, esta aparente facilidade requer que o usuário precise visualizar, além da malha formada por elementos que é necessária para discretizar o domínio, a malha *dual* que é formada pelos volumes de controle construídos ao redor dos nós da malha, a fim de posicionar as falhas. Isto poderá ser bastante trabalhoso, principalmente se tratando de malhas não-estruturadas. Além disso, se a falha não for absolutamente selante não será conhecido o coeficiente que deverá multiplicar o fluxo para representar esta condição física. A Fig. 2a apresenta um exemplo de aplicação deste método. Quando são utilizados elementos

triangulares, por exemplo, a representação de uma falha através do cancelamento dos fluxos dentro do elemento (ou na faces dos volumes de controle) é uma tarefa ainda mais difícil. Isto acontece porque dificilmente se conseguirá representar uma falha que seja geometricamente linear com elementos triangulares. Porém independentemente do tipo de elemento utilizado, o procedimento consistirá em gerar uma malha de elementos e, a partir dos volumes formados deve-se localizar a falha nas fronteiras dos volumes. Se o resultado não for satisfatório, deve-se gerar outra malha e assim por diante.

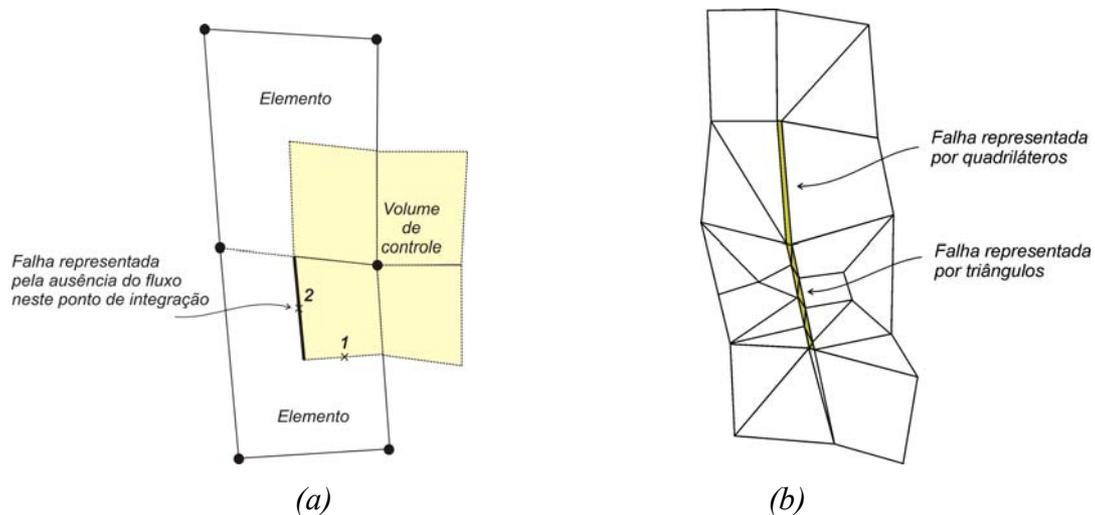


Figura 2 – (a) Falha modelada a partir do cancelamento do fluxo no ponto de integração, (b) Falha modelada a partir de elementos com baixas permeabilidades e porosidades

No entanto, esse método de cancelar os fluxos tem a vantagem de não aumentar o número de equações do sistema linear, uma vez que não há necessidade de mais elementos, e em consequência de mais nós para representar a falha.

O segundo esquema de representação trata a falha como tendo dimensão física, isto é, representa a falha a partir de elementos geométricos com propriedades físicas. Assim é necessário que ela seja formada por elementos de pequena espessura e com permeabilidade absoluta e porosidade baixas. Tratamentos similares aplicados à malhas não-estruturadas já foram recomendados anteriormente por Kocerber (1995) e Young (1999). A Fig. 2b apresenta exemplos de falhas modeladas a partir de triângulos e quadriláteros. Neste caso, torna-se dispensável a visualização conjunta da malha de volumes de controle. A seguir é introduzido o outro assunto em discussão neste trabalho.

### 3. DIFERENTES FORMAS DE ARMAZENAR PROPRIEDADES FÍSICAS NO EbFVM

Neste trabalho é considerado heterogêneo o domínio que apresentar variação espacial de permeabilidade e/ou porosidade. É importante mencionar que no EbFVM estas propriedades físicas podem ser armazenadas tanto nos elementos (Cordazzo *et al*, 2003) como nos volumes de controle (Verma & Aziz, 1997). Contudo, independentemente do esquema de armazenamento das propriedades escolhido, as variáveis principais calculadas no modelo numérico, como pressão e saturação, continuam sendo armazenadas nos nós da malha. A Fig.

3 compara ambos os esquemas, destacando a malha de entrada de dados das propriedades e aquela interpretada pelo simulador.

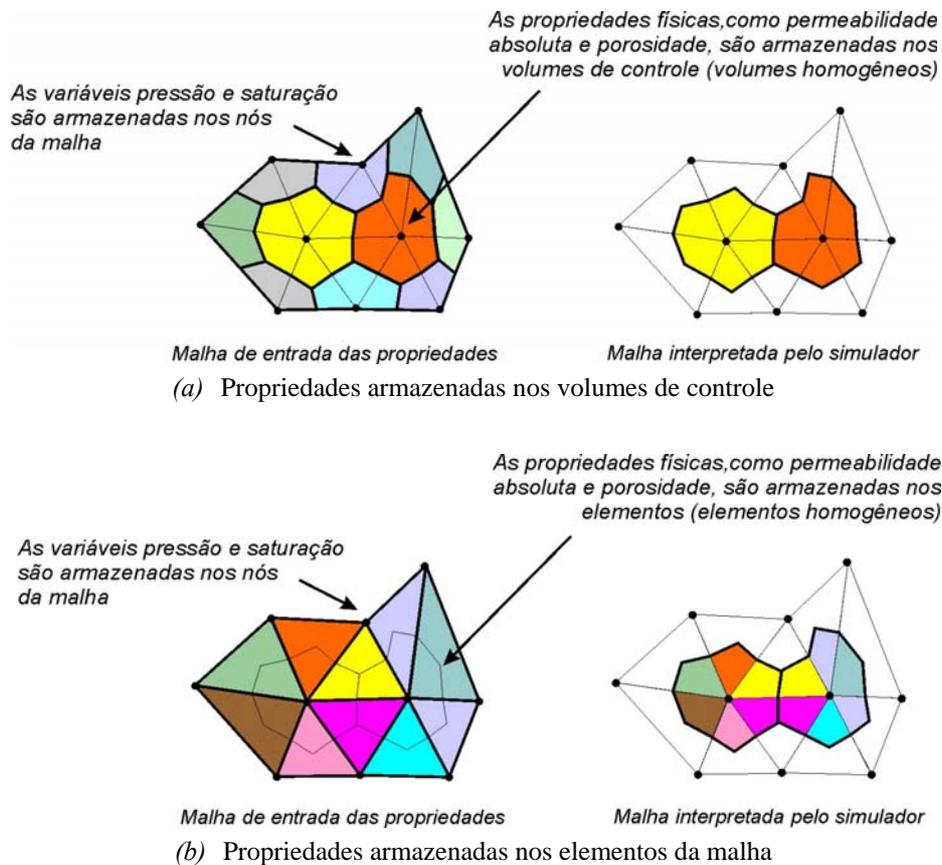


Figura 3 – Diferentes formas de armazenar as propriedades físicas: (a) no volume de controle (proposto por Verma & Aziz, 1997), e (b) nos elementos (proposto por Cordazzo *et al.*, 2003)

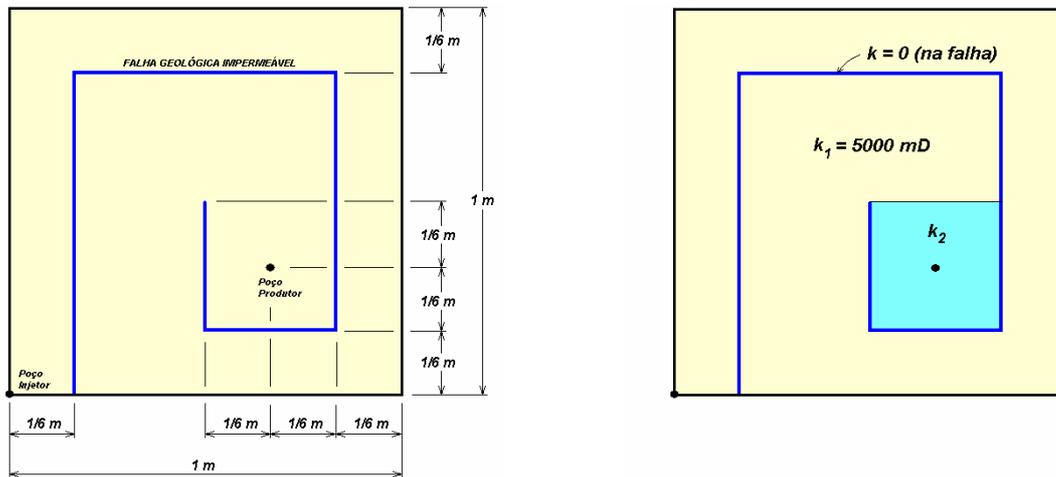
## 4. RESULTADOS

Pretende-se nesta seção, através de casos simples, estudar a aplicação de cada uma das duas metodologias de representação de falhas e forma de armazenamento das propriedades apresentadas nas seções anteriores. Os dois problemas-teste escolhidos tratam da simulação de reservatórios de petróleo de dimensões mais reduzidas, mas com as principais características encontradas nos casos reais, como heterogeneidades e falhas. As condições de contorno utilizadas em cada problema se resumem na utilização de dois poços: um injetor de água e outro um produtor de óleo, simulando um processo de recuperação secundária, normalmente utilizado pelas companhias petrolíferas.

### 4.1 Estudo de Caso: Reservatório com falhas

Para este estudo foi elaborado um problema cuja geometria é apresentada na Fig. 4a, e em função da configuração da falha geológica, ele será denominado de 'problema do labirinto'. Nesta mesma figura ainda são apresentados a posição dos poços injetor e produtor e

as dimensões do reservatório hipotético em estudo. As propriedades físicas são descritas na Tab. 1. A partir da geometria apresentada, dois diferentes casos serão analisados, e suas diferenças estão baseadas no valor do campo de permeabilidade absoluta de uma dada região do domínio, que aparece destacada na Fig. 4b. O valor da permeabilidade  $k_2$  utilizada nesta região será 5000 mD, para simular um reservatório homogêneo, e 50 mD para simular um reservatório heterogêneo.



(a) Apresentação do reservatório

(b) Diferentes permeabilidades absolutas utilizadas, onde  $k_2$  assume valores de 50 ou 5000 mD

Figura 4 – Reservatório utilizado no problema do ‘labirinto’

Tabela 1. Propriedades físicas e parâmetros numéricos utilizados

Porosidade	0.2
Permeabilidade absoluta (caso homogêneo)	5000 mD
Espessura do reservatório	1 m
Viscosidades da água e do óleo	1 cp
Compressibilidades da água e do óleo	0
Fatores volume de formação da água e do óleo	1
$S_{wi}$	0
$k_{rw} @ S_{wi}$	1
$S_{or}$	0
$k_{ro} @ S_{or}$	1
Curva de $k_{rw}$	linear
Curva de $k_{ro}$	linear
Vazão de água no poço injetor	0.1 m <sup>3</sup> /d
Pressão de fundo de poço do poço produtor	100 kPa
Índice de poço	1 mD·m
$\Delta t$	0.01 d

Neste exemplo, a falha será modelada utilizando os dois esquemas de representação apresentados na seção 2. Para o primeiro esquema, que representa a falha pelo cancelamento dos fluxos, será utilizada a malha apresentada na Fig. 5, que consiste de nove elementos quadrangulares e 16 nós (ou 16 volumes de controle). No programa computacional, portanto, para informar a presença da falha basta anular todos os fluxos localizados nas interfaces dos

volumes de controle geometricamente coincidentes com a falha. Observe que se a falha estivesse mais próxima da fronteira norte do reservatório, por exemplo, seria necessário um maior número de elementos na malha se desejássemos ainda uma malha igualmente espaçada. Isto aconteceria porque é necessário que os pontos de integração sejam coincidentes com a falha para que os fluxos sejam anulados.

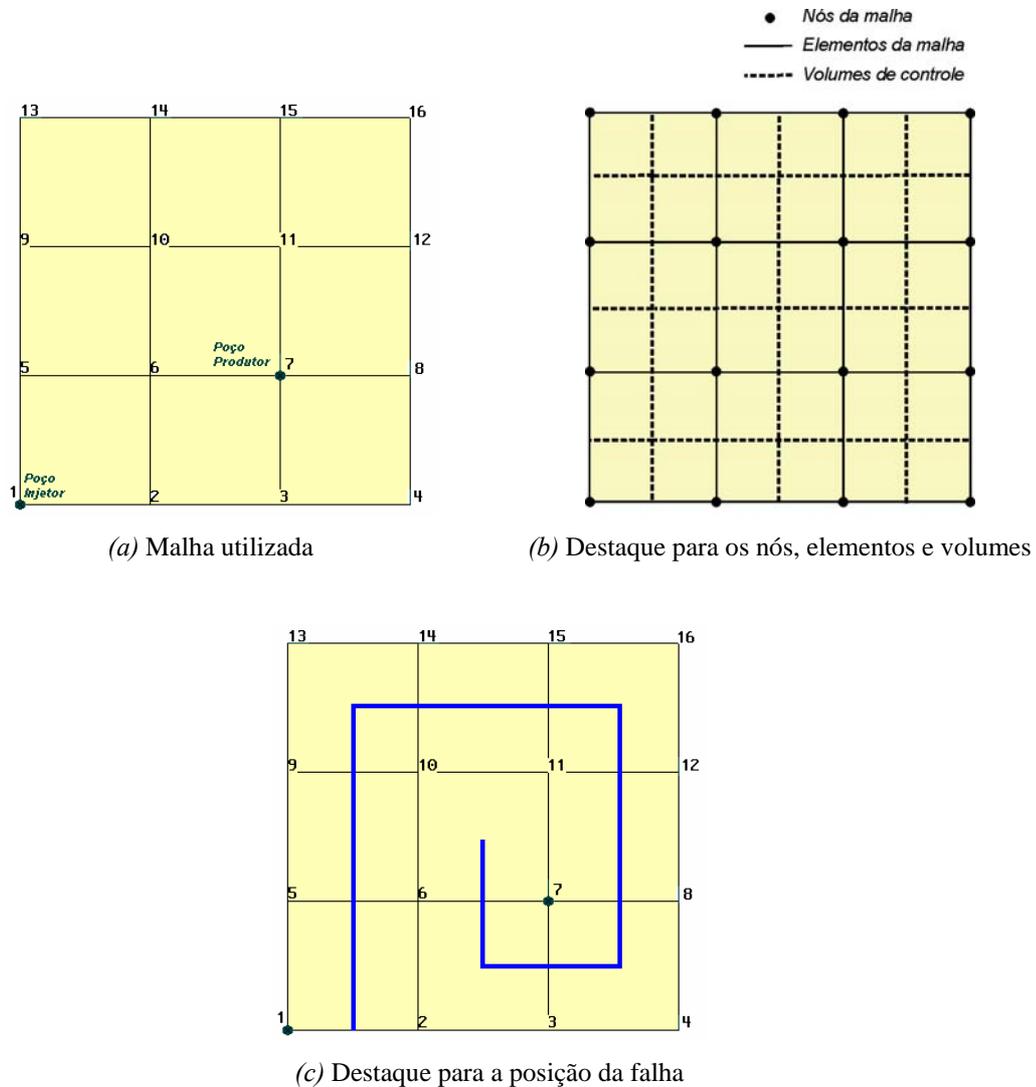


Figura 5 – Malha utilizada no problema do ‘labirinto’ simulando a falha através do cancelamento dos fluxos

A outra alternativa comentada na seção 2 consiste em modelar a falha utilizando elementos com espessura reduzida e com baixos valores de permeabilidade. Assim, para o reservatório da Fig. 4, é possível construir uma malha composta por elementos triangulares e quadrangulares como a apresentada na Fig. 6a, composta por 20 nós e 18 elementos. A falha aparece ampliada (fora de escala) na Fig. 7 para fins de visualização. Note que se não fosse ampliada exageradamente a espessura da falha nesta figura seria impossível visualizá-la na sua escala natural, uma vez que a espessura utilizada é  $0.00001L$ , onde  $L$  é a dimensão do reservatório.

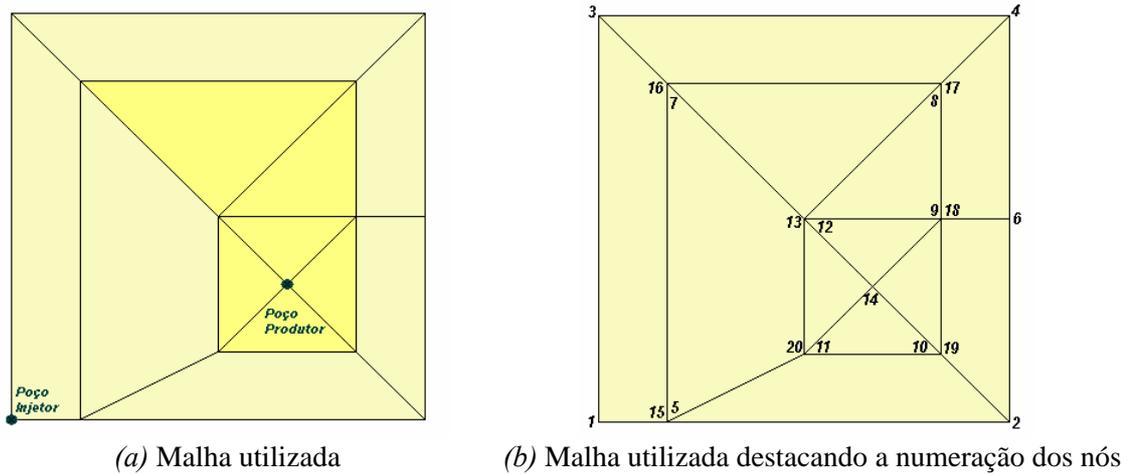


Figura 6 – Malha utilizada no problema do ‘labirinto’ representando a falha através de elementos

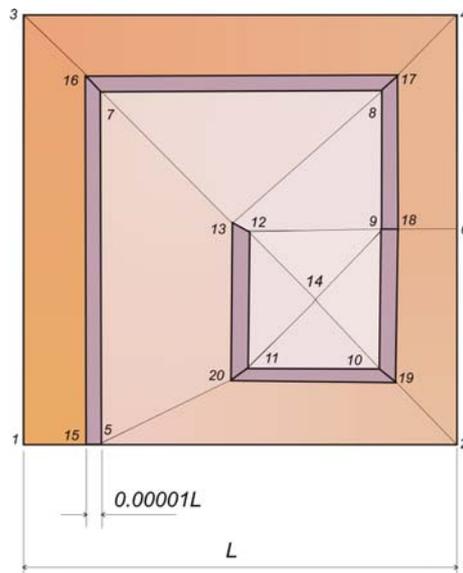
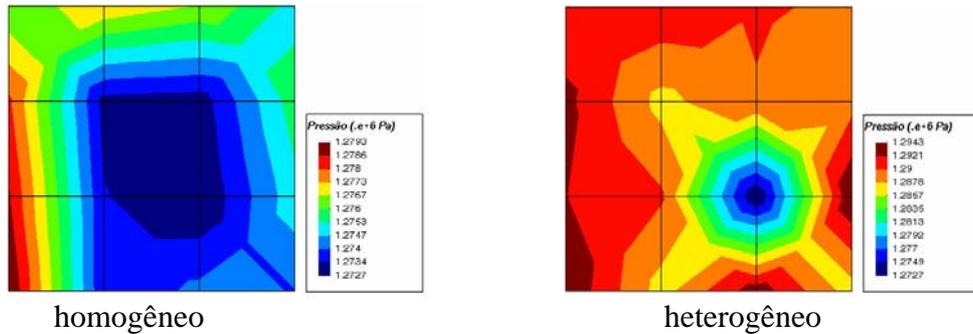


Figura 7 – Malha utilizada no problema do ‘labirinto’ simulando a falha através da utilização de elementos, que aparecem com a espessura ampliada para fins didáticos

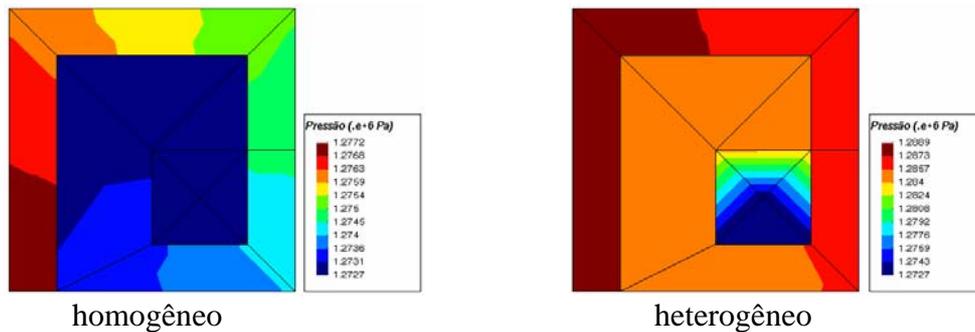
Quanto aos coeficientes da matriz utilizada para a determinação do campo de pressões, é importante mencionar que no esquema que modela a falha utilizando elementos muito estreitos os coeficientes calculados para os nós vizinhos da falha (nós 5, 7, 15, 16, etc. na Fig 7), continuam tendo dimensão da mesma ordem dos demais coeficientes, uma vez que entre as grandezas físicas utilizadas no seu cálculo também estão envolvidos volumes e áreas provenientes de elementos adjacentes à falha, que têm dimensões físicas comparáveis aos demais elementos da malha. Essa é uma característica desejável e importante para assegurar que o *solver* utilizado na resolução do sistema linear não tenha dificuldades adicionais.

Por serem bastante semelhantes, os campos de saturação obtidos pelos dois esquemas de representação de falhas não são relatados neste trabalho. No entanto, como mostrado na Fig.

8, o campo de pressão obtido em cada caso é bem diferente. Nota-se que no caso do reservatório heterogêneo, o esquema que representa a falha anulando o fluxo nas interfaces dos volumes apresenta maiores desvios de monotonicidade na curva de queda de pressão ao longo do 'labirinto'. Tais desvios de monotonicidade não existem no outro esquema de modelar como demonstra a Fig. 8b.



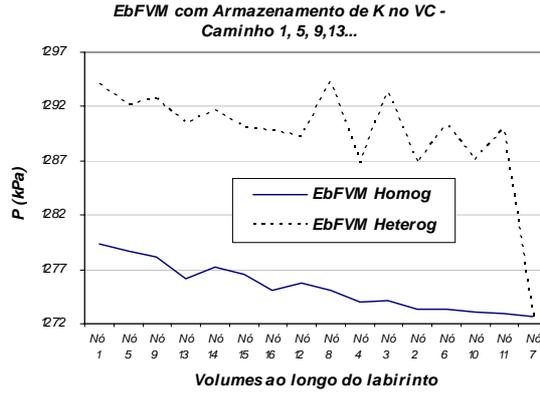
(a) Representando a falha anulando o fluxo nas interfaces dos volumes



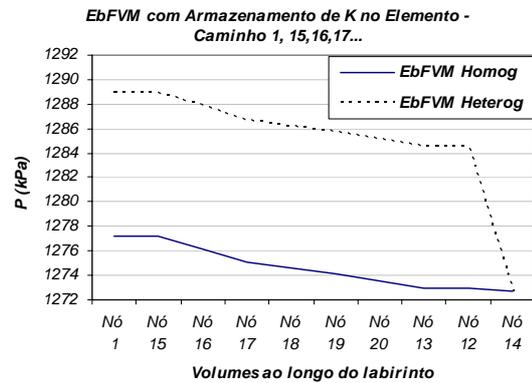
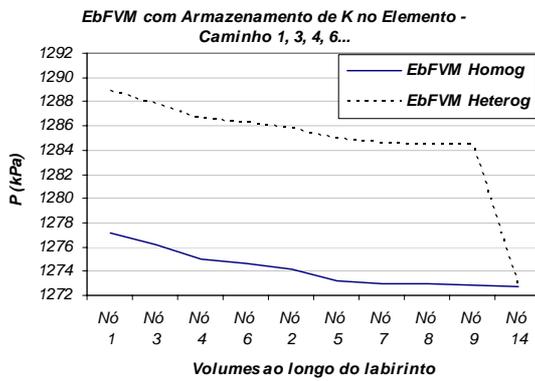
(b) Representando a falha utilizando elementos com baixa permeabilidade

Figura 8 - Campo de pressão obtido por cada método no problema do 'labirinto'

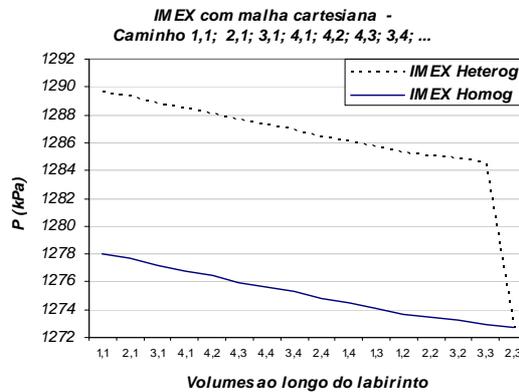
Também pode-se facilmente analisar a monotonicidade das curvas de queda de pressão através da plotagem dos valores calculados nos nós ao longo do labirinto, pois nesta direção o problema analisado é praticamente unidimensional. Desta forma, na Fig. 9 os resultados obtidos pelo EbFVM nos dois esquemas alternativos de modelagem de falha geológica são comparados com os resultados obtidos por um simulador de reservatórios comercial (IMEX da CMG) utilizando uma malha cartesiana de 4x4 blocos com a forma tradicional de calcular os fluxos e representar falhas (IMEX, 2002). Nesta malha cartesiana a falha foi modelada cancelando-se os fluxos entre os volumes separados por ela, que para malhas estruturadas é o procedimento adequado. Por isso é utilizada aqui como solução de referência.



(a) Representando a falha anulando o fluxo nas interfaces dos volumes



(b) Representando a falha utilizando elementos com baixa permeabilidade



(c) Solução de referência: malha cartesiana rodada no simulador comercial (IMEX)

Figura 9 – Comparação da queda de pressão ao longo do labirinto obtida por diferentes métodos

Percebe-se que mesmo para o caso homogêneo, a queda de pressão ao longo do 'labirinto' para o EbFVM no caso em que a falha é modelada zerando os fluxos dentro do elemento apresenta-se com oscilações, Fig. 9a, que se acentuam quando o meio é heterogêneo. Este comportamento não é verificado quando a falha é representada utilizando elementos com baixa permeabilidade, Fig. 9b. Na realidade, para este caso, encontrou-se o

mesmo comportamento verificado quando utiliza-se malhas cartesianas, Fig. 9c, caracterizado por uma queda da pressão mais ou menos linear ao longo do ‘labirinto’.

Uma possível causa dos indesejados resultados mostrados neste trabalho com o esquema de modelar falhas através do cancelamento dos fluxos dentro dos elementos pode ser a utilização de determinados valores nodais de pressão que não deveriam ser usados para calcular o fluxo em determinadas faces de volumes de controle. Um exemplo disso é apresentado na Fig. 10, onde aparece destacado o elemento formado pelos nós 3, 4, 8 e 7. Neste elemento o fluxo mássico em dois pontos de integração (⊗, na figura) foram anulados para que a falha geológica pudesse ser modelada. Assim o fluxo resultante deverá passar apenas pelas interfaces dos três volumes de controle formados ao redor dos nós 8 e 3, em um dos pontos de integração de cada sub-volume de controle, e ao redor de 4 nos dois pontos de integração. Estas interfaces estão apresentadas na figura em linha tracejada e com a presença dos dois pontos de integração (X) no seu centro.

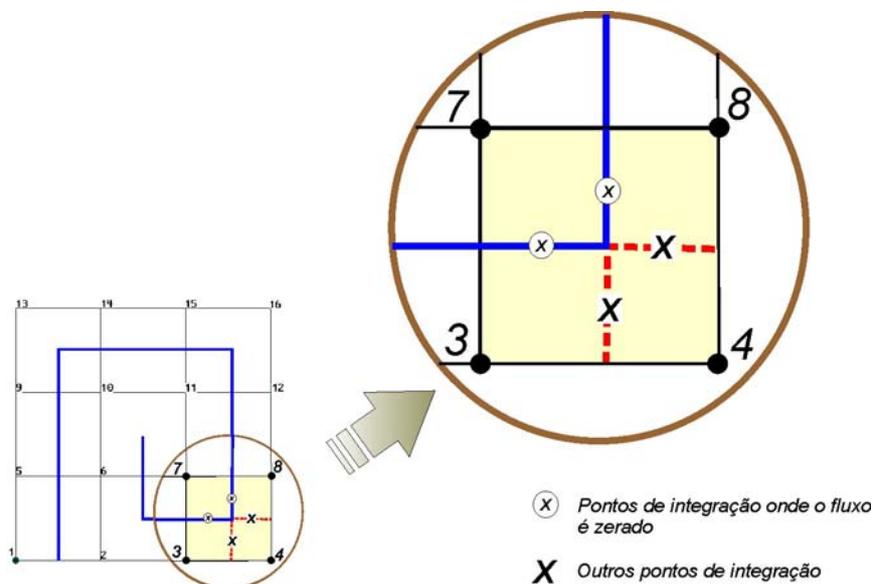


Figura 10 – Inconsistência física da utilização do valor de pressão do nó 7 no cálculo do fluxo nos pontos de integração (x) na malha utilizada no problema do ‘labirinto’ que simula a falha através do cancelamento dos fluxos nas interfaces

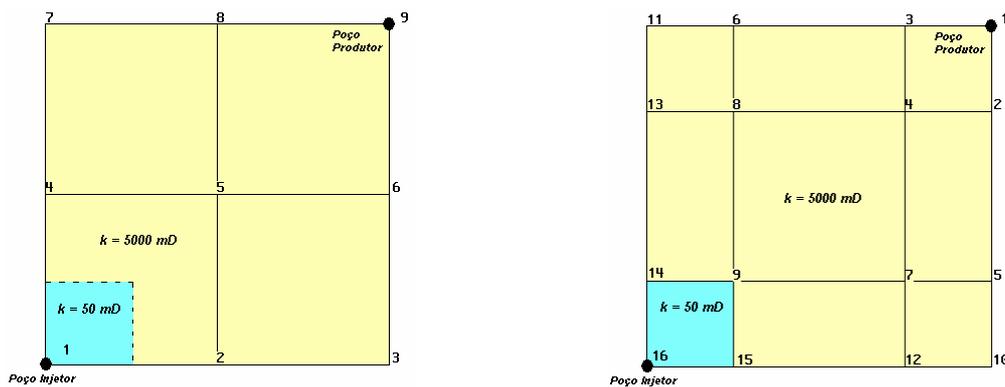
A conclusão imediata que pode-se obter é que o cálculo do fluxo discretizado na interface dos volumes de controle 3 e 4, bem como na interface dos volumes de controle 4 e 8, não deve depender de qualquer grandeza física ou variável armazenada no nó 7, pois este nó corresponde a um volume de controle que, em virtude da presença da falha, não apresenta nenhuma relação direta com o fluxo que atravessa as duas interfaces destacadas em tracejado na Fig. 10. No entanto, como se optou por utilizar um método numérico baseado em elementos, as funções de forma desempenham o papel de função de interpolação, e relacionam obrigatoriamente qualquer grandeza dentro do elemento aos seus quatro valores nodais (ou três no caso de elementos triangulares). Assim, quando a parcela do fluxo da equação de conservação é discretizada em qualquer uma das duas interfaces analisadas (em linha tracejada na Fig. 10), o gradiente de pressão será aproximado utilizando-se os quatro valores nodais, inclusive o nó 7. Por isso que, à medida em que o valor de pressão deste nó se afasta demasiadamente dos demais, como é o caso heterogêneo analisado nesta seção, os

resultados obtidos com este esquema começam apresentar-se fisicamente cada vez mais inconsistentes. Portanto, estes resultados podem ser considerados um reflexo da utilização de um esquema de interpolação que não é adequado para situações de descontinuidades de funções dentro do elemento. Por isso, o outro esquema de representação de falhas, proposto neste trabalho e que utiliza elementos de pouca espessura e com baixa permeabilidade parece ser a melhor alternativa, pois é fisicamente consistente.

#### 4.2 Reservatório heterogêneo e sem falhas

A inconsistência verificada na seção anterior da utilização de nós que não poderiam ser usados no cálculo do fluxo discretizado, pode ser verificada também em casos em que não existam falhas geológicas, basta que existam volumes de controle com valores de permeabilidade absoluta diferentes no domínio, como será visto nesta seção.

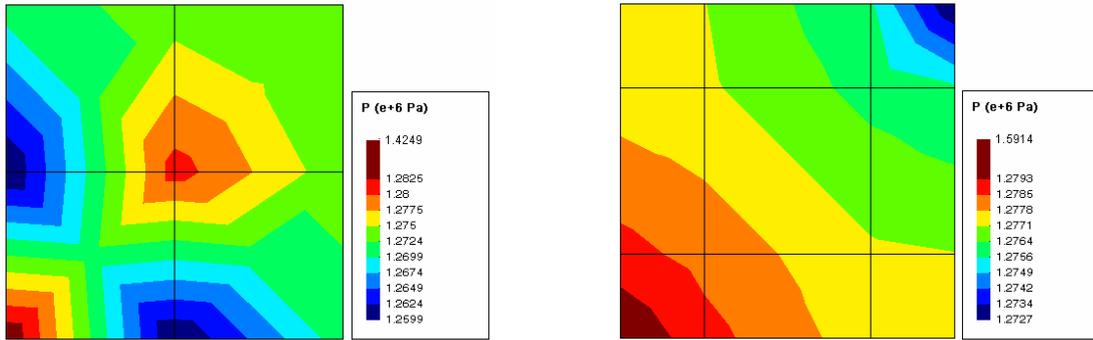
Considere o reservatório heterogêneo apresentado na Fig. 11, discretizado utilizando-se os dois esquemas apresentados na seção 3, isto é, modelando cada volume de controle com um único valor de permeabilidade, Fig. 11a, ou modelando cada elemento da malha através de um único valor de permeabilidade, Fig. 11b.



(a) Esquema em que  $k$  é armazenado no volume      (b) Esquema em que  $k$  é armazenado no elemento

Figura 11 – Diferentes discretizações do reservatório heterogêneo em estudo

Embora possa ser mostrado que o campo de saturação, e em conseqüência, as curvas de produção obtidas com cada uma das malhas da Fig. 11 não são muito diferentes, os campos de pressão obtidos por cada caso são demasiadamente distintos, como demonstra a Fig. 12. Nota-se que o campo de pressão obtido pelo esquema que armazena a permeabilidade no volume de controle apresenta oscilações, Fig. 12a, num efeito muito semelhante ao ocorrido no reservatório com falhas analisado anteriormente. Já o outro esquema, que é aquele em que o campo de permeabilidades é armazenado nos elementos, apresentou os resultados qualitativamente esperados, Fig. 12b.



(a) Esquema em que  $k$  é armazenado no volume      (b) Esquema em que  $k$  é armazenado no elemento

Figura 12 – Campo de pressão obtido por cada método no problema do reservatório heterogêneo analisado

Analisando a Fig. 13, percebe-se que os resultados fisicamente inconsistentes da Fig. 12a podem ter origem semelhante daqueles obtidos no problema do ‘labirinto’, isto é, novamente tem-se uma grande descontinuidade de função dentro de um elemento, que neste caso é o formado pelos nós 1, 2, 5 e 4. Para facilitar o entendimento, recorrer-se-á à expressão do fluxo volumétrico da equação de transporte em meios porosos, Eq. (3), analisando-a termo a termo, que é dada por

$$\bar{q}_i = \left( \lambda \bar{k} \bar{\nabla} p \cdot \Delta \bar{S} \right)_i \quad (5)$$

que deve ser avaliada em cada ponto de integração ( $x$ ) da Fig. 13. O termo de mobilidade  $\lambda$  normalmente é avaliado com valores à montante, sendo este o procedimento mais utilizado na área de simulação de reservatórios por ser o mais estável, e está sendo utilizado nos dois casos analisados. A área de passagem do fluxo,  $\Delta \bar{S}$ , também é calculada de forma idêntica nos dois casos, sendo que não apresenta dificuldades de ser avaliada por ser a própria área que separa dois volumes de controle. O gradiente de pressão,  $\bar{\nabla} p$ , é calculado utilizando as funções de forma nos dois esquemas estudados. Quanto ao valor da permeabilidade absoluta,  $k$ , o que se verifica no primeiro caso, Fig. 11a, é que este valor está sendo avaliado através de média harmônica dos valores de permeabilidades de dois volumes vizinhos:

$$k_{ij} = \left( \frac{k_i^{-1} + k_j^{-1}}{2} \right)^{-1} = 2 \frac{k_i k_j}{k_i + k_j} \quad (6)$$

que é um procedimento usual em se tratando dos simuladores comerciais. É esta necessidade de encontrar um valor médio que produz efeitos indesejados neste esquema.

Imagine, por exemplo, um caso limite onde a permeabilidade absoluta armazenada no nó 1 da Fig. 13 fosse nula. O valor da pressão atribuída ao nó 1 não deveria interferir no cálculo do fluxo nos pontos de integração  $ip1$  e  $ip2$  da figura. No entanto, não é isto o que acontece porque as funções de forma utilizadas como função de interpolação neste método relacionam qualquer variável no interior do elemento aos seus valores nodais. Conclui-se, portanto, que o armazenamento de propriedades físicas como permeabilidade absoluta e porosidade nos volumes de controle é incompatível com as características do método proposto.

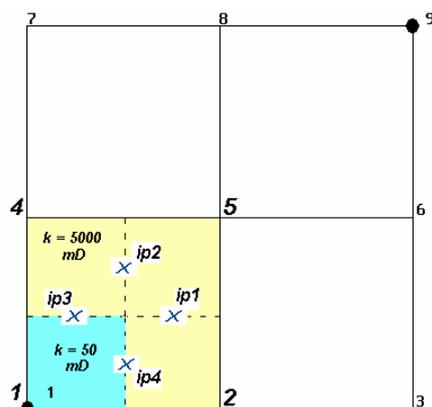


Figura 13 – Inconsistência da utilização dos valores de média harmônica para a avaliação das permeabilidades absolutas nos pontos de integração (x) onde são utilizadas funções de interpolação bi-linear para a aproximação do campo de pressão

No método utilizado no segundo caso em que as propriedades físicas são armazenadas nos elementos, Fig. 11b, não há a necessidade de fazer algum tipo de média para avaliar a permeabilidade no ponto de integração, uma vez que é um valor constante dentro do elemento. Neste caso desaparecem todas as dificuldades dessa natureza. Assim, a melhor alternativa parece ser utilizar um método numérico focado no elemento, como o proposto neste trabalho.

## 5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a comparação entre os resultados obtidos utilizando o conceito tradicional de representar falhas geológicas e heterogeneidades e a metodologia baseada em elementos proposta neste trabalho. Para as comparações foi utilizado o método dos volumes finitos baseado em elementos (*Element-based Finite Volume Method - EbFVM*), que é muito apropriado para uso com malhas não-estuturadas.

Foi demonstrado que o modo tradicional de representar falhas é inconsistente com métodos que utilizam o conceito de elementos e funções de forma para interpolação das variáveis, como o EbFVM (ou CVFEM). O mesmo pode ser dito quanto ao armazenamento das propriedades físicas em problemas heterogêneos. É fácil ver que as dificuldades detectadas e apresentadas nos problemas testes tem origem nas funções de forma lineares e bilineares empregadas no método, conforme já salientado. Estas funções de forma tem como objetivo a representação geométrica do elemento e são adequadas como funções de interpolação de grandezas físicas quando estas são constantes ou de pouca variação dentro do elemento. E esta deve ser a condição a ser respeitada quando o EbFVM (ou CVFEM) é empregado. Considerar as propriedades físicas constantes no volume de controle, como é feito normalmente na literatura em problemas de simulação de reservatórios de petróleo, implica em heterogeneidade dentro do elemento, o que é inconsistente com as funções de forma empregadas. Portanto, considerar as propriedades constantes no elemento é a solução para estas dificuldades.

Embora tenham sido consideradas malhas compostas praticamente apenas por elementos quadriláteros, pode-se mostrar que as conclusões são bastante gerais, podendo ser aplicadas também para malhas formadas por elementos triangulares.

Finalmente, mostrou-se através dos resultados obtidos que a forma convencional de representar falhas e heterogeneidades tem sérias limitações de aplicação prática com malhas não-estruturadas. O método proposto neste trabalho, por outro lado, mostrou-se ser bastante promissor, uma vez que em todos os casos analisados foi possível reproduzir com fidelidade o comportamento físico esperado.

### ***Agradecimentos***

Os autores agradecem ao CENPES/Petrobrás, à Agência Nacional do Petróleo (ANP), da qual o primeiro autor é bolsista e à FINEP pelo suporte financeiro deste trabalho.

### **REFERÊNCIAS**

- Cordazzo, J., Maliska, C. R., & Romeu, R. K., 2003. Considerations about the internodal permeability evaluation in reservoir simulation, 2o Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo & Gás, Rio de Janeiro, June 15-18.
- Cordazzo, J., Maliska, C. R., Silva, A. F. C., and Hurtado, F. S. V., 2004. An Element Based Conservative Scheme for Unstructured Grids in Reservoir Simulation, presented at Rio Oil & Gas Conference, October 4-7, Rio de Janeiro, Brazil.
- IMEX, Version 2002 User's Guide. Computer Modelling Group Ltd, Calgary, Alberta, Canada.
- Kocherber, S., 1995. An automatic, unstructured grid-generation system for geologically complex reservoirs, SPE paper 28245 presented at the 1994 SPE Petroleum Computer Conference, Dallas, July 31-Aug.3.
- Maliska, C. R. 2004. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, 2a. Edição revista e ampliada, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- Verma, S. & Aziz, K., 1997. A control volume scheme for flexible grids in reservoir simulation, paper SPE 37999 presented at the Reservoir Symposium held in Dallas, Texas, 8-11 June.
- Young, L. C., 1999. Rigorous treatment of distorted grids in 3D, SPE paper 51899 presented at the SPE Reservoir Simulation Symposium, Houston, Texas, 14-17 February.