

DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO ANALISADOR DE CIRCUITOS INTEGRADOS T.T.L. ACOPLADO AO MICROCOMPUTADOR.

8º. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA BIOMÉDICA

UFSC, Florianópolis, Brasil - 7-10 - Novembro - 1993

SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO SANGÜÍNEO EM VASOS DE PAREDES RÍGIDAS, PARCIALMENTE OBTURADOS COM OBSTÁCULOS EM FORMA DE ANEL.

Antonio Carlos Ribeiro Nogueira, MSc, Prof. Assistente  
 Rogério Tadeu da Silva Ferreira, PhD, Prof. Titular  
 Universidade Federal de Santa Catarina  
 Campus Universitário - Trindade  
 C.E.P. 88.000 - Florianópolis - S.C.

RESUMO

Tendo-se em vista a dificuldade de se modelar analiticamente o escoamento sanguíneo em restrições e orifícios normalmente encontrados em dispositivos cardiovasculares protéticos, este trabalho se propõe a mapear numericamente o escoamento axissimétrico, laminar e incompressível, em regime permanente, de um fluido Newtoniano, através de um obstáculo em forma de bucha circular com cantos vivos, inserido em um duto circular de paredes rígidas. Tal escoamento, apesar do grau de idealização e simplificações impostas, simula de alguma forma o escoamento sanguíneo em tais dispositivos protéticos, bem como em situações de aberrações de elementos componentes do sistema circulatório, permitindo uma melhor compreensão de seu comportamento, sob a luz da Mecânica dos Fluidos.

NUMERICAL SOLUTION OF BLOOD FLOW INSIDE RIGID CONDUITS IN THE VICINITY OF ANNULAR WALL OBSTACLES

ABSTRACT

This work presents the flow field numerical solution of a Newtonian, incompressible, axisymmetric, steady laminar flow in the vicinity of an obstacle placed at the rigid wall of a circular conduit in order to overcome the difficulties of analytically modelling the blood flow field encountered in prosthetic cardiovascular devices.

This type of flow, besides being a simplified and particular situation, simulates anyway the blood flow field around aberrations in the circulatory system, allowing a good insight of its behavior under the Fluid Mechanics point of view.

## 1. Introdução

O desenvolvimento de dispositivos cardiovasculares protéticos e corações artificiais tem recebido considerável atenção, porém devido às dificuldades encontradas na modelagem analítica do escoamento sanguíneo, o projeto de tais dispositivos é ainda em grande parte uma arte, pois os conhecimentos estão assentados em algumas medições experimentais esporádicas e conhecimentos empíricos. Os dispositivos protéticos eventualmente dão origem à formação de trombos com consequentes danos aos elementos formadores do sangue, estando intimamente relacionados com as características do escoamento.

Experimentações realizadas por Fry et al (1965), segundo citações de Cheng et al [1], em condutos com derivação, sugerem que a ocorrência crítica para a formação de trombos e possível desestruturização sanguínea, está associada com a separação do escoamento e que a deterioração e erosão endotelial, estão intimamente relacionadas com as tensões cisalhantes que agem sobre as células que o constituem.

O objetivo do presente trabalho é efetuar a análise numérica do escoamento laminar, incompressível, de um fluido Newtoniano, junto a um obstáculo de seção transversal anular, obtendo-se a solução mapeada de parâmetros físicos tais como velocidade, pressão, tensão cisalhante, função de corrente e função vorticidade, bem como posicionar a região de recirculação quando ocorre a separação do escoamento, para número de Reynolds variando entre 0 e 50. Esta faixa de variação de número de Reynolds segundo Guyton [2], está contida na gama de número de Reynolds que ocorre nas porções regulares das grandes artérias, tanto na região sistêmica, quanto na região pulmonar.

Este trabalho se justifica na medida em que se busca uma compreensão do fenômeno da separação de fluxo sanguíneo. Tal separação de fluxo resulta, segundo Mueller [3], de aberrações do sistema circulatório causadas por arteriosclerose (especialmente próximas a bifurcações), aneurismas (particularmente comuns na aorta), válvulas cardíacas, estenoses (como esquematizada na fig. 1b), bem como pela introdução de dispositivos cardiovasculares protéticos (tal como a válvula aórtica tipo disco, protética, ilustrada na fig. 1a).

## 2. Modelação Matemática

O escoamento é caracterizado por ser axissimétrico, incompressível, regime permanente, laminar, de um fluido Newtoniano e homogêneo. A geometria do mesmo é apresentada na fig. 2, que representa um duto circular de paredes rígidas e impermeáveis onde existe, na região intermediária, um obstáculo em forma de bucha circular com cantos vivos, disposta concentricamente.

### 2.1. Equações Básicas

Este escoamento é governado pelas equações de Navier-Stokes e pela equação da continuidade. Foram utilizados os parâmetros  $\rho$  e  $\nu$  para designar a massa específica e a viscosidade cinemática do fluido, as variáveis  $v$ ,  $u$  e  $p$  para representar as velocidades radiais, axiais e a pressão respectivamente.

Identificando  $R_0$  como comprimento característico do problema, e  $U_0$ , a velocidade axial na linha de centro do fluxo não perturbado pelo obstáculo, como a velocidade característica, para um par de coordenadas cilíndricas  $(r, z)$  são obtidas as seguintes variáveis adimensionais:

$$R = \frac{r}{R_0}; \quad Z = \frac{z}{R_0}; \quad H = \frac{h}{R_0}; \quad U = \frac{u}{U_0}; \quad V = \frac{v}{U_0}; \quad P = \frac{p - p_0}{\rho U_0^2}$$

onde  $h$  é a largura real da malha.

Utilizando-se o conceito da função de corrente de Stokes  $\Psi$  e da função vorticidade  $\Omega$ , a pressão pode ser eliminada das equações de Navier-Stokes. Tendo-se em mente a equação da continuidade, onde  $Re$  é o número de Reynolds, estas últimas se convertem em:

$$\Omega = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\Omega R)}{\partial R} + \frac{\partial(\Psi R)}{\partial Z} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2} \quad (2)$$

Estas duas equações são conhecidas como as equações de transporte de vorticidade, que na forma de diferenças finitas se convertem em:

$$\Psi_{j,i}^k = \frac{1}{4} (\Psi_{j+1,i}^{k-1} + \Psi_{j-1,i}^{k-1} + \Psi_{j,i+1}^k + \Psi_{j,i-1}^k) - \frac{H}{2R_j} (\Psi_{j+1,i}^{k-1} - \Psi_{j-1,i}^{k-1}) - H^2 R_j \Omega_{j,i}^{k-1} \quad (3)$$

$$\Omega_{j,i}^k = \frac{1}{4} \left[ Re \left( \frac{\Omega_{j-1,i}^{k-1}}{R_{j-1}} (\Psi_{j-1,i+1}^k - \Psi_{j-1,i-1}^k) - \frac{\Omega_{j+1,i}^{k-1}}{R_{j+1}} (\Psi_{j+1,i+1}^k - \Psi_{j+1,i-1}^k) - \frac{\Omega_{j,i+1}^{k-1}}{R_j} (\Psi_{j,i+1}^k - \Psi_{j,i-1}^k) - \frac{\Omega_{j,i-1}^{k-1}}{R_j} (\Psi_{j,i-1}^k - \Psi_{j,i+1}^k) \right) + 4 \left( \frac{\Omega_{j+1,i}^{k-1}}{R_{j+1}} - \frac{\Omega_{j-1,i}^{k-1}}{R_{j-1}} \right) (\Psi_{j+1,i-1}^k - \Psi_{j-1,i-1}^k) \right] + \frac{2H}{R_j} (\Omega_{j-1,i}^{k-1} - \Omega_{j+1,i}^{k-1}) / \left( \frac{4R_j^2 + H^2}{R_j} \right) \quad (4)$$

### 2.2. Condições de Contorno

a) Para os contornos rígidos: Para todas as orientações do contorno superior a função de corrente é tomada como zero. Já para a função vorticidade, os valores serão diferentes para cada orien-

tação do contorno superior. Segundo o raciocínio de Cheng et al [1], para coordenadas cilíndricas, obtêm-se:

$$\Omega_{j,i} = \frac{1}{H^2} \left( \frac{0,5}{R_{j-1}} (\Psi_{j,i} - \Psi_{j-2,i}) - \frac{4}{R_{j-1/2}} (\Psi_{j,i} - \Psi_{j-1,i}) \right) \quad (5)$$

a.2) Para contornos verticais com face à esquerda:

$$\Omega_{j,i} = \frac{0,5}{R_j H^2} (-7\Psi_{j,i} + 8\Psi_{j,i-1} - \Psi_{j,i-2}) \quad (6)$$

a.3) Para contornos verticais com face à direita:

$$\Omega_{j,i} = \frac{0,5}{R_j H^2} (-7\Psi_{j,i} + 8\Psi_{j,i+1} - \Psi_{j,i+2}) \quad (7)$$

b) Para a seção de entrada: A escolha da seção de entrada é feita de maneira a se tornar desprezível o efeito devido à presença do obstáculo naquela seção. Com este propósito estabeleceu-se que a seção de entrada seria posicionada a uma distância segundo Cheng et al [1] igual a  $3R_0$  do eixo do obstáculo. Nesta seção ficou estabelecido que o escoamento é plenamente desenvolvido. Assim:

$$U = 1 - R^2 \quad (8)$$

$$V = 0 \quad (9)$$

A função de corrente na seção de entrada é obtida pela integração da equação desta função em termos da velocidade axial, resultando:

$$\Psi = \frac{1}{4} (R^4 - 2R^2) + \Psi_0 \quad (10)$$

onde  $\Psi_0$  é o valor da função de corrente na linha de centro.

Para a vorticidade, uma vez que na seção de entrada  $\frac{\partial \Psi}{\partial Z} = 0$ , resulta do conceito de vorticidade:

$$\Omega = 2R \quad (11)$$

c) Para a seção de saída: O mesmo cri-

tório utilizado para o posicionamento da seção de entrada, foi também seguido para a seção de saída, com exceção de que, para números de Reynolds acima de 40, a distância desta última até a face a jusante do obstáculo, foi fixada igual a  $4R_0$ . Além de perfil parabólico, utilizou-se as condições de contorno citadas por Macagno e Hung [4] dadas por:

$$\Psi_{j,i} = \Psi_{j,i-4} - 2\Psi_{j,i-3} + 2\Psi_{j,i-1} \quad (12)$$

$$\Omega_{j,i} = \Omega_{j,i-4} - 2\Omega_{j,i-3} + 2\Omega_{j,i-1} \quad (13)$$

d) Para o eixo de simetria: Na linha de centro,  $\Psi_0 = 0,25$ . Para a função vorticidade, devido à simetria,  $\Omega_0 = 0$ .

e) Para os pontos de quina: Cheng et al [1] recomenda que a condição de contorno para os pontos de quina convexos seja uma combinação dada pela adição das equações correspondentes ao contorno horizontal e o contorno vertical no que tange a função vorticidade. Já para os pontos côncavos o valor desta última será fixado igual a zero. Para a função de corrente, tanto para os pontos de quina côncavos como os convexos, seu valor será nulo.

### 2.3. Cálculo da Pressão e da Tensão de Cisalhamento

Partindo-se das equações da continuidade, de Navier-Stokes e do conceito de função de corrente, chega-se:

$$\frac{\partial B}{\partial R} = \frac{\partial \Omega}{\partial Z} + Re \frac{\partial \Psi}{\partial R \partial Z} \quad (14)$$

$$\frac{\partial B}{\partial Z} = -\frac{\partial \Omega}{\partial R} - \frac{\Omega}{R} + Re \frac{\partial \Psi}{\partial R \partial Z} \quad (15)$$

onde B, a soma de Bernoulli, é definida como  $P + \frac{(U^2 + V^2)}{2}$ . Este par de equações permite calcular B, e por conseguinte, obter-se P a partir das distribuições das velocidades U e V e da função vorticidade  $\Omega$ .

Para o caso bidimensional, a ten-

são cisalhante na sua forma adimensional é calculada por meio de:

$$\tau = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \quad (16)$$

### 3. Procedimentos Iterativos

A rotina para se resolver o sistema de equações (3) e (4) e as respectivas condições de contorno, foi baseada na técnica utilizada por Mills [5], e que se encontra disponível para consulta em trabalho publicado por Nogueira e Ferreira [6].

### 4. Análise dos Resultados

Os resultados apresentados serão os correspondentes a Reynolds de 10 a 50. A seção de entrada será tomada como seção de referência. Todas as outras demais seções serão referenciadas àquela em função do número de vezes o raio do conduto  $R_0$ .

#### 4.1. Perfis de Velocidades

A fig. 3 apresenta os perfis de velocidade axial, tal que, um comprimento de 4,5 mm corresponde uma velocidade adimensional  $U = 1$ .

Observa-se o aparecimento de uma região onde ocorre a inversão do perfil de velocidade, registrando a existência de velocidades negativas. Por este motivo, tal região é denominada de região de recirculação, e aparece devido ao fenômeno de separação do escoamento, situando-se esta região após o obstáculo, ainda que uma região de recirculação bastante pequena possa existir na vizinhança à montante.

Esta inversão da velocidade na região de recirculação, é em grande parte, responsável pelo caráter evolutivo dos trombos.

Observou-se ainda que com o aumento do número de Reynolds, ocorre o alargamento da região de velocidade negativa a partir da parede em direção

à linha de centro, bem como a jusante do obstáculo.

#### 4.2. Tensões de Cisalhamento

Na figura 4 estão sendo apresentadas as distribuições da tensão de cisalhamento na seção de entrada do obstáculo. Confirmando os resultados de Cheng et al [7], para o caso estacionário, a maior magnitude da tensão de cisalhamento ocorre no ponto de quina convexo da seção transversal da entrada da restrição.

Ainda que os perfis da tensão de cisalhamento apresentem um comportamento crescente para um pico, nas vizinhanças dos pontos de quina convexos, devido às incertezas inerentes à limitação de resolução associada com o tamanho da malha, esta tendência deve ser interpretada como uma estimativa de comportamento.

#### 4.3. Análise dos Comprimentos de Separação e Posicionamento da Região de Recirculação

A determinação dos comprimentos de separação do escoamento após o obstáculo, está fundamentada na distância em que a linha correspondente à função de corrente nula é ramificada na seção de saída da restrição, até o encontro com a original no contorno rígido a jusante. Assim, a distância compreendida entre este ponto e a seção de saída do obstáculo, é chamada de comprimento de separação e será designada por  $L_z$ . A figura 5 apresenta a região de recirculação para número de Reynolds igual a 40.

Os pares de valores  $(Re; L_z/2R_0)$ , apresentam um índice de correlação bastante alto ( $r^2 = 0,999$ ), podendo ser equacionado por:

$$\frac{L_z}{2R_0} = 0,064 \cdot Re^{0,854} \quad (17)$$

### 5. Conclusões

Apesar do grau de simplificações e idealizações impostas ao escoamento sanguíneo ser bastante grande, seguindo o pensamento de Mueller [3], deve-se salientar que se pode aprender muito mais em um tempo mais curto, simplificando os problemas mais complexos, e comparando-se os resultados obtidos numericamente com os resultados de experimentos físicos apropriados. A solução de problemas tri-dimensionais, não Newtonianos, transientes, será melhor e mais facilmente compreendida, estabelecendo-se os métodos e adquirindo-se a experiência na solução de fluxos bidimensionais.

Assim, ainda que a solução seja a de um problema bastante simplificado e idealizado, as soluções fornecem informações bastante importantes sobre a separação do fluxo. E destas informações, três importantes características podem ser observadas a partir da figura 5:

- 1) A delimitação da própria região de recirculação e a estimativa de seu comprimento de separação, como relatado por Nogueira [7].
- 2) O fluxo reverso de baixa velocidade ao longo da parede.
- 3) A região de mistura entre o fluxo principal e o fluxo de recirculação, em cuja interface ocorrem grandes gradientes de velocidades. Tais gradientes produzem fortes efeitos cisalhantes sobre os glóbulos vermelhos do sangue, esticando e deformando estas células, de maneira a torná-las mais propensas a se deteriorar, quando se aproximam do ressalto. A título de ilustração, para um escoamento com número de Reynolds 40, o glóbulo vermelho é submetido a tensões da ordem de 100 vezes maior àquela a que normalmente está submetido, quando o vaso sanguíneo tem sua seção de passagem reduzida pela metade de seu diâmetro.

6. Referências Bibliográficas

- [1] Chen, L. C.; Clark, M. E. e Robertson, J. M. Numerical Calculations of Oscillating Flow in The Vicinity of Square Wall Obstacles in Plane Conduits. Journal of Bio-Mechanics - Vol. 5, pp 467-484, 1972
- [2] Guyton, A. C. Textbook of Medical Physiology - 5ª edição W. B. Saunders Company
- [3] Mueller, T. J. Application of Numerical Methods to Physiological Flows, em "Numerical Methods in Fluid Dynamics" - McGraw Hill Book Co.
- [4] Macagno, E. O. e Hung, T. K. Laminar Eddies in a Two-Dimensional Conduit Expansion. La Hoville Blanche/nº 4 - 1966
- [5] Mills, R. D. Numerical Solutions of Viscous Flow Through a Pipe Orifice at Low Reynolds Numbers. J. Mech. Eng. Science - Vol. 10, nº 2, 1968
- [6] Nogueira, A.C.R e Ferreira, R.T.S. Análise Numérica do Escoamento Laminar junto a Ressaltos em Canalizações, COBEM, 1983.
- [7] Nogueira, A.C.R., Análise Numérica do Escoamento Laminar junto a Ressaltos em Canalizações: Dissertação de Mestrado - UFSC, 1981.



Fig. 1 - Obstáculos Cardiovasculares

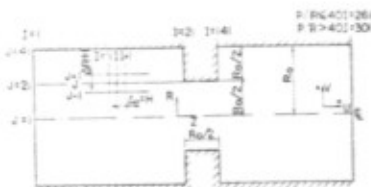


Fig. 2 - Geometria do Problema

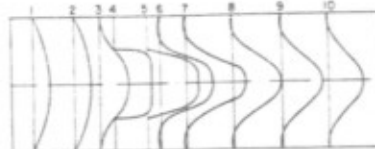


Fig. 3 - Perfis de Velocidade

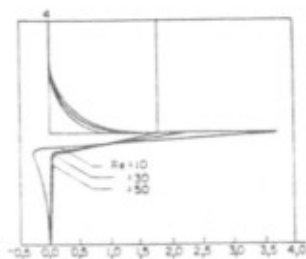


Fig. 4 - Distribuição de Tensões Tangenciais



Fig. 5 - Campo de Linha de Corrente e Vorticidade do Escoamento

8º. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA BIOMÉDICA

UFSC, Florianópolis, Brasil - 7-10 - Novembro - 1983

RECONSTRUÇÃO CONJUNTA DAS IMAGENS DE EMISSÃO E ABSORÇÃO EM TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

Paulo Roberto Rosa Lopes Nunes  
CETUC

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Rua Marques de São Vicente 225 - Cêvea 22453  
Rio de Janeiro-RJ

Resumo

Na obtenção de imagens de emissão em medicina nuclear, a absorção dos fótons durante o percurso no interior do corpo é um sério obstáculo no desenvolvimento de técnicas de reconstrução. Neste trabalho, a reconstrução da distribuição do material emissor de raios gama no interior do corpo é tratada como um problema de estimação conjunta das imagens de emissão e absorção com base somente nas medidas de emissão.

Um algoritmo não-linear é proposto e, com base nas suas características de convergência, um critério de minimização é estabelecido. Este critério leva em conta a informação a priori disponível sobre as imagens.

Resultados de simulação em computador são apresentados.

JOINT EMISSION AND ABSORPTION RECONSTRUCTION IN COMPUTERIZED TOMOGRAPHY

Abstract

In nuclear medicine imaging the absorption of the emitted photons inside the body is a major obstacle in the development of emission reconstruction techniques.

In this work the reconstruction of the gamma ray emitter distribution is approached as a joint emission and attenuation estimation problem using only the emission measurements.

A nonlinear algorithm is proposed and, based on its convergence characteristics, a minimization criterion that accounts for a priori information about the images is proposed. Computer simulation results are presented.