

**EFEITOS DE ORIENTAÇÃO DE MALHA NA
SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO
USANDO COORDENADAS GENERALIZADAS
COINCIDENTES COM A FRONTEIRA**

A.O. Czesnat, C.R. Maliska, A.F.C. Silva e R. Lucianetti
SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em
Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

SUMÁRIO

A conhecida dificuldade de minimizar a difusão numérica na solução de escoamentos de fluidos é, também, bastante importante na simulação de reservatórios de petróleo. O esquema tradicionalmente empregado na avaliação dos termos de fluxo convectivo é o método de ponderação a montante. Este procedimento, entretanto, introduz efeitos de orientação de malha. Em malhas curvilíneas o problema é ainda mais abrangente, em função da liberdade de orientar a malha para uma dada configuração física. Neste trabalho é apresentada uma formulação em coordenadas curvilíneas com resultados preliminares utilizando a configuração five-spot. Esquemas UDS e TVD são apresentados e comparados.

INTRODUÇÃO

Cabe aos engenheiros de petróleo a decisão sobre a viabilidade de exploração de uma bacia petrolífera, levando em conta parâmetros como: capacidade de produção, tipo de fluidos presentes no reservatório, estrutura geológica da bacia e técnicas operacionais necessárias para realizar a recuperação. Esta decisão envolve custos elevadíssimos e, portanto, deve ser tomada com base num estudo da bacia petrolífera. É exatamente neste estudo que a simulação numérica de reservatórios de petróleo mostra sua fundamental importância, já que uma análise experimental completa é muito complexa, senão impossível, de ser realizada. A simulação numérica além de oferecer condições para um estudo de viabilização da bacia petrolífera, também propicia o estudo de otimização da recuperação de óleo, sendo este um dos principais objetivos da engenharia do petróleo.

As equações que governam o escoamento dos fluidos no meio poroso são obtidas através de um balanço de massa para cada componente. Estas equações apresentam um caráter hiperbólico e, pode ser dito, que o maior problema encontrado na simulação numérica de reservatórios de petróleo tem origem na aproximação dos termos de fluxo convectivo destas equações. O método tradicionalmente empregado (na engenharia de reservatório) para aproximação destes termos, é o de ponderação a montante (*UDS - Upstream Differencing Scheme*) que conduz a soluções com uma grande dispersão numérica tendendo a dar um caráter muito dissipativo ao fluxo.

Neste trabalho, primeiramente, mostra-se a formulação matemática do problema do petróleo em coordenadas curvilíneas. Nas seções subsequentes identifica-se o problema da orientação de malha, com o uso do esquema *UDS*, através da simulação de um problema com configuração simétrica dos poços em malhas não simétricas. Propõe-se a utilização de esquemas de mais alta ordem, mais especificamente esquemas *TVD (Total Variation Diminishing)*, para diminuição dos efeitos de orientação. Por último, mostra-se os resultados obtidos com a aplicação dos esquemas *TVD* no conhecido problema de configuração *five-spot*, por este problema apresentar solução analítica para comparação.

Cabe ressaltar que, o objetivo final nesta linha de trabalho é o desenvolvimento de algoritmos, para problemas 3D com discretização generalizada, que apresentem pouco efeito de orientação de malha.

Revisão Bibliográfica. O efeito de orientação de malha foi primeiramente apontado por Todd *et al.* (1972). Eles utilizaram uma configuração de poços chamada *five-spot*, ou seja, configuração formada por quatro poços injetores em cada face de um quadrado e um poço produtor no centro, como pode ser visto na fig. 1.

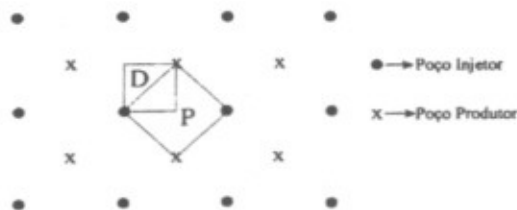


Figura 1 - Configuração five-spot

Todd *et al.* demonstraram que os resultados dependem da malha utilizada e que a diferença entre os resultados decresce com o aumento do número de pontos da mesma. Eles propuseram um esquema de dois pontos a montante para reduzir os efeitos de orientação. Além de Todd *et al.*, Ito (1982) e Taggart e Pinczewski (1985) também demonstraram que o uso de esquemas de um ponto a montante, ou seja, esquemas de primeira ordem, causam níveis inaceitáveis de difusão numérica.

Yanosik e McCracken (1976), observaram que o efeito de orientação de malha provavelmente era causado, pela não contabilização do fluxo entre o volume onde se está calculando e seu vizinho na diagonal. Eles então introduziram um esquema de nove pontos que contabilizava este fluxo. Foram mostrados

resultados, para várias razões de viscosidades, obtendo soluções praticamente idênticas para malhas diagonais e paralelas. Este esquema é semelhante aos esquemas "skew", bastante empregados em CFD, conforme Raithby (1974). Ivo (1994), por sua vez, também utilizou idéias semelhantes para propor esquemas de interpolação com termo a montante inclinado.

Maliska *et al.* (1993) e Cunha *et al.* (1994) obtiveram resultados muito próximos ao esquema de nove pontos de Yanosik e McCracken, utilizando malhas curvilíneas generalizadas, com linhas coordenadas alinhadas ao fluxo do escoamento, e esquema de interpolação de primeira ordem. Cunha observou, que são poucas as configurações onde se pode gerar malhas alinhadas ao fluxo do escoamento e portanto o uso de coordenadas curvilíneas generalizadas não elimina a preocupação com a difusão numérica.

Com o intuito de obter soluções com pouca difusão numérica, consequentemente com minimização do efeito de orientação de malha e sem provocar o aparecimento de soluções não físicas observadas em esquemas de segunda ordem, Harten *et al.* (1983) introduziram o conceito de métodos TVD para equações hiperbólicas em coordenadas cartesianas.

Rubin e Blunt (1991) introduziram um esquema TVD aplicado nos fluxos, para modelos Black-Oil, em coordenadas cartesianas com formulação totalmente implícita ou IMPES.

Pinto (1991) utilizou TVD para malhas cartesianas não-uniformes e aplicou o esquema diretamente nas permeabilidades relativas e não no fluxo, como comumente era feito. Ficou mostrado que existe pouca diferença em aplicar o TVD nas permeabilidades ou nos termos de fluxo.

Mota (1994) fez a extensão do TVD de Rubin e Blunt para coordenadas generalizadas, aplicando o esquema nas permeabilidades relativas.

FORMULAÇÃO

Antes de se escrever as equações governantes do problema do petróleo, deve-se identificar o modelo físico adotado. Neste trabalho utiliza-se o modelo chamado de *black-oil* padrão. Este modelo assume escoamento isotérmico constituído de três componentes (água, óleo e gás) e três fases (água, óleo e gás). Também é considerado que as fases água e óleo são imiscíveis e, portanto, não trocam massa e os componentes água e óleo não vaporizam na fase gás, mas o componente gás pode dissolver-se na fase óleo. O modelo *black-oil*, embora seja limitado, é bastante utilizado para reservatórios de petróleo que apresentam óleo pesado e de baixa volatilização.

Modelo Matemático. Aplicando-se os balanços de massa para cada componente obtém-se as seguintes equações

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^w] = \nabla \cdot [\lambda^w \nabla \Phi^w] - m^w \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^o] = \nabla \cdot [\chi^{oo} \lambda^o \nabla \Phi^o] - \chi^{oo} m^o \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m] = \nabla \cdot [\lambda^w \nabla \Phi^w + \lambda^o \nabla \Phi^o + \lambda^g \nabla \Phi^g] - m^w - m^o - m^g \quad (3)$$

onde,

- ϕ - porosidade;
- ρ^m - densidade da mistura;
- λ^p - mobilidade da fase p;
- Φ^p - potencial da fase p;

- m^w, m^o, m^g - fluxo de massa de água, óleo e gás
- Z^i - fração mássica do componente i;
- χ^{oo} - razão da massa do componente óleo na fase óleo pela massa da fase óleo.

A Eq. (1) expressa a conservação de massa do componente água, a Eq. (2) expressa a conservação da massa do componente óleo e a Eq. (3), que é obtida da soma das Eqs. (1), (2) e a equação da conservação de massa do componente gás, expressa a conservação da massa total. Diz-se que a Eq. (3) é a equação da pressão, pois é usada no processo iterativo para o avanço desta variável.

As incógnitas do problema são $P^w, P^o, P^g, Z^w, Z^o, Z^g$ mas as equações disponíveis são apenas três, Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3). Portanto, necessita-se de mais três equações, dadas por

$$Z^g = 1 - Z^w - Z^o \quad (4)$$

$$P^w = P^o - P^{cow} \quad (5)$$

$$P^g = P^o + P^{cog} \quad (6)$$

A Eq. (4) é a equação de restrição e as Eqs. (5) e (6) são equações que relacionam as pressões de cada fase através de capilaridade.

Nas equações de conservação de massa aparecem os potenciais das fases, que podem ser escritas da seguinte maneira utilizando as Eqs. (5) e (6)

$$\Phi^w = P^o - P^{cow} + \gamma^w z \quad (7)$$

$$\Phi^o = P^o + \gamma^o z \quad (8)$$

$$\Phi^g = P^o + P^{cog} + \gamma^g z \quad (9)$$

Nas Eqs. (1), (2) e (3) a mobilidade da fase p é dada por

$$\lambda^p = \frac{k k^r \rho^p}{\mu^p} \quad (10)$$

onde, k, k^r e μ^p são, respectivamente, permeabilidade absoluta, permeabilidade relativa do componente r na fase p e viscosidade da fase p.

Como pode ser visto nas equações acima, o modelo matemático adotado utiliza as frações mássicas e a pressão do óleo como variáveis primárias.

Transformação e Equações Aproximadas. As equações governantes, Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3), são aplicadas à situação tridimensional, visando a solução de escoamentos de petróleo em reservatórios de geometrias irregulares. Tendo isto em mente, há dois caminhos a serem seguidos. Integrar as equações de conservação na geometria irregular ou transformá-las para um novo sistema coordenado. Neste trabalho utiliza-se o segundo caminho, que consiste em transformar as equações governantes para o novo sistema e então integrar as equações transformadas no domínio regular como descrito em Maliska (1995), ver fig. 2.

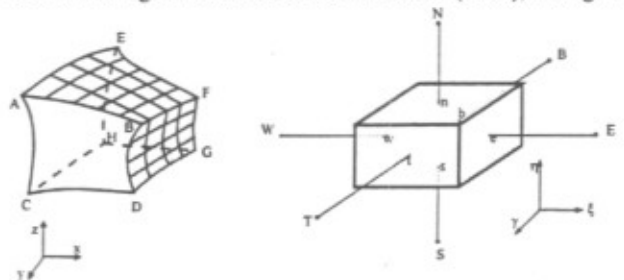


Figura 2 - Domínio físico e volume de controle elementar

Daqui em diante trabalhar-se-á, por simplicidade, apenas com a equação da conservação da massa do componente água, que também passará a ser chamada apenas de equação da água. Portanto, transformando a equação da água, vem

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho^m z^w) + \frac{m^w}{J} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] \quad (11)$$

onde,

J - jacobiano da transformação de coordenadas;
 ξ, η, γ - sistema de coordenadas curvilineos;

$$D_{ij}^p = \frac{\lambda^p}{J} \left[\frac{\partial x^i}{\partial x} \frac{\partial x^j}{\partial x} + \frac{\partial x^i}{\partial y} \frac{\partial x^j}{\partial y} + \frac{\partial x^i}{\partial z} \frac{\partial x^j}{\partial z} \right] \quad (12)$$

com $i, j = 1, 2$ ou 3 e x^1, x^2 e x^3 são respectivamente, ξ, η e γ . Portanto, D_{12}^w é

$$D_{12}^w = \frac{\lambda^w}{J} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right] \quad (13)$$

As equações transformadas para o componente óleo e para pressão são similares. Para se obter a equação aproximada é usado o método dos Volumes Finitos, que é baseado na integração da equação de balanço na sua forma conservativa, ou seja, na forma divergente. Integrando no tempo e no espaço a Eq. (11), tem-se

$$\frac{1}{J} \left[(\phi \rho^m z^w)_p - (\phi \rho^m z^w)_p \right] \Delta V + \frac{m^w}{J} \Delta V \Delta t = \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_e \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_w \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t + \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_n \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_s \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t + \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_t \Delta \xi \Delta \eta \Delta t - \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_b \Delta \xi \Delta \eta \Delta t \quad (14)$$

Note que os termos D_{ij} , ver Eq. (12), deverão ser calculados nas interfaces leste (e), oeste (w), norte (n), sul (s), frente (t) e atrás (b) do volume de controle elementar. Portanto as mobilidades, que são armazenadas no centro do volume de controle, deverão ser avaliadas nas interfaces. É importante observar que, aproximar satisfatoriamente as mobilidades nas interfaces dos blocos, ou seja, sem provocar grande difusão numérica, é o intuito deste trabalho. Na próxima subseção será apresentado a função de interpolação *UDS* deixando para uma seção subsequente a descrição das funções de interpolação *TVD*.

Maiores detalhes sobre as aproximações das derivadas dos potenciais, do processo de linearização e da integração das outras equações de conservação, podem ser vistos em Maliska et. al. (1997).

Esquema de um Ponto a Montante (*UDS - Upstream Differencing Scheme*). O esquema a montante é o mais simples e estável de todos os esquemas, porém é um esquema de primeira ordem e altamente difusivo. Conseqüentemente, provoca erros de difusão numérica muitas vezes inaceitáveis.

Utilizando o esquema *UDS*, para a avaliação das mobilidades nas interfaces do volume de controle, aplicada, para exemplificar, na mobilidade da água na interface leste (e), vem

$$\bullet \text{ Se } \left[\left(\frac{\partial \Phi^w}{\partial \bar{n}} \right)_e < 0 \right], \text{ então}$$

$$\lambda_e^w = \lambda_p^w \quad (15)$$

onde,

$$\left(\frac{\partial \Phi^w}{\partial \bar{n}} \right)_e = (G_{11} \Phi_\xi^w + G_{12} \Phi_\eta^w + G_{13} \Phi_\gamma^w)_e \quad (16)$$

$$G_{ij} = \frac{D_{ij}^p}{\lambda^p} \quad (17)$$

A Eq. (16) define a derivada normal do potencial da água na interface leste, o qual indica o sentido do fluxo nesta face. Pode-se observar que a mobilidade, no esquema *UDS*, assume o valor da propriedade do volume de controle que está atrás da interface em relação ao sentido do escoamento.

IDENTIFICAÇÃO DO EFEITO DE ORIENTAÇÃO DE MALHA

Esta seção visa reconhecer o problema de orientação de malha, através da simulação, utilizando função de interpolação *UDS*, de uma configuração de três poços, um injetor e dois produtores, dispostos simetricamente mas com malhas não simétricas.

Simulou-se este problema originalmente idealizado por Hegre et al. (1986), com algumas modificações que já serão explicadas. Almeja-se aqui, quantificar os resultados de corte de água para diferentes orientações de malha, compará-los e com isso obter uma ordem dos erros devido a não simetria da malha. A configuração do problema pode ser visto na fig. 3. Como pode-se observar, a disposição dos poços produtores em relação ao poço injetor é simétrica e portanto a frente de água deveria alcançar os poços produtores no mesmo momento. O instante de aparecimento de água nos poços produtores é chamado, na área de petróleo, de irrupção (*breakthrough*).

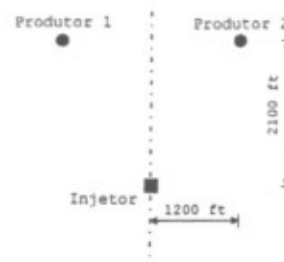


Figura 3 - Distribuição e configuração dos poços

Tabela 1 – Alguns dados relevantes do problema dos três poços

Volume Poroso	$1.62 \times 10^7 \text{ m}^3$
Porosidade	0.19
Volume Poroso da célula do poço	$2.86 \times 10^4 \text{ m}^3$
Vazão no Injetor	1920 bbl/dia ($3.53 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$)
Vazão nos Produtores	1000 bbl/dia ($1.84 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$)

No artigo de Hegre *et al.* as fronteiras do reservatório acompanhavam a orientação da malha, causando dúvida na comparação dos resultados, pois os casos deveriam diferir apenas na malha. Com base neste comentário, idealizou-se malhas, para o problema, com as fronteiras inalteradas (ver fig. 4).

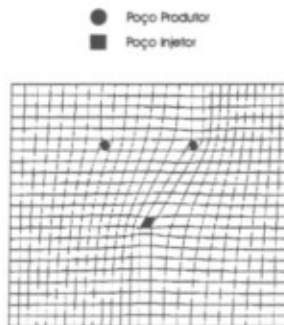


Figura 4 - Malha para o problema proposto com orientação preferencial (60°)

Como pode-se observar na fig. 4, existe uma “ligação” direta entre o volume que contém o poço injetor e o que contém o poço produtor localizado a direita. Consequentemente há um caminho preferencial, ou seja, um caminho mais fácil e por conseguinte mais rápido, para o avanço da frente de água. Deve-se notar que, a saturação da água, em qualquer bloco, só pode crescer acima do valor irreduzível somente quando a mobilidade da água, em pelo menos alguma das fronteiras do bloco, se tornar não-zero. Isto mostra que, um caminho preferencial, isto é, um caminho mais direto para a transmissão das transmissibilidades (mobilidades), provoca o avanço da frente desigualmente. A fig. 5 compara os resultados deste problema para malha cartesiana, cartesiana refinada e a malha com orientação preferencial. Nota-se que, corroborando com o que foi dito acima, existe acentuada discrepância entre os gráficos de corte de água e que a irrupção no poço alinhado está bastante adiantada.

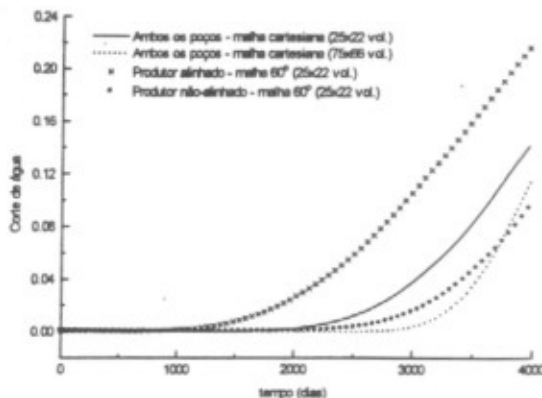


Figura 5 - Comparação entre as malhas cartesiana, cartesiana refinada e 60°

ESQUEMAS PROPOSTOS

TVD (Total Variation Diminishing). Os métodos *TVD* são métodos que introduzem um termo anti-difusivo ao esquema de um ponto a montante e um limitador para que, em regiões de gradientes suaves, o esquema seja de segunda ordem e, em regiões de discontinuidades, o esquema seja de primeira ordem.

Pinto (1991) aplicou o esquema *TVD*, para malhas cartesianas, no cálculo das permeabilidades relativas nas interfaces. Justificou-se a simplificação considerando-se a permeabilidade relativa como um fluxo. Os resultados apresentados por Pinto mostraram que a aplicação do esquema *TVD* nas permeabilidades relativas ou nos fluxos faz pouca diferença. Neste trabalho aplicou-se o esquema *TVD* nas mobilidades, para um sistema de coordenadas generalizado, como fez Mota (1994), que é composto pelas permeabilidades relativas.

A mobilidade na face leste pode ser aproximada por

$$\lambda_e = \lambda_e^{UDS} + A_e \Psi(r_e^{UDS}) \quad (18)$$

onde,

λ_e^{UDS} - mobilidade no volume imediatamente a montante da face leste;

A_e - termo de segunda ordem, ver Eq.(19);

Ψ - limitador de fluxo;

r_e^{UDS} - razão de termos sucessivos de segunda ordem, ver Eq.(20).

$$A_e = \frac{\vec{L}_{UDS}^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_e \quad (19)$$

$$r_e^{UDS} = \frac{A_{e-upstream}}{A_e} \quad (20)$$

onde,

\vec{L}_{UDS}^{ξ} - vetor comprimento na direção ξ do volume imediatamente a montante da interface leste, ver Eq. (21);

$\vec{\nabla} \lambda_e$ - gradiente da mobilidade na interface leste;

$A_{e-upstream}$ - termo de segunda ordem na face imediatamente a montante da interface leste, comparar Eqs. (20) e (25).

$$\vec{L}_{UDS}^{\xi} = (\Delta \xi \cdot x_{\xi} \hat{i} + \Delta \eta \cdot y_{\xi} \hat{j} + \Delta \gamma \cdot z_{\xi} \hat{k})_{UDS} \quad (21)$$

Exemplificando a utilização do *TVD* para avaliação das mobilidade da água na interface leste (e), vem

$$\text{Se } \left[\left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} \right)_e < 0 \right], \text{ então}$$

$$\lambda_e = \lambda_p + A_e \Psi(r_p) \quad (22)$$

$$A_e = \frac{\vec{L}_p^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_e \quad (23)$$

$$A_w = \frac{\vec{L}_p^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_w \quad (24)$$

$$r_p = \frac{A_w}{A_e} \quad (25)$$

É interessante destacar, para um caso cartesiano, que quando

- $\Psi(r)=1$, obtém-se um esquema de 2ª ordem;
- $\Psi(r)=r$, obtém-se um esquema de dois pontos a montante;
- $\Psi(r)=0$, obtém-se um esquema de ponto a montante;
- $\Psi(r)=2$, obtém-se um esquema de ponto a frente.

Nesta seção definiu-se como se aplicar o esquema *TVD* nas equações de petróleo de forma geral, sem especificar nenhum tipo de limitador. Será mostrado agora os limitadores implementados.

TVD com limitador de Van Leer. O limitador de Van Leer está dentro da região de Sweby que é definida por

$$0 \leq \Psi(r) \leq \min(2, 2r) \quad (26)$$

É calculado através da seguinte expressão

$$\Psi(r) = \frac{|r| + r}{1 + |r|} \quad (27)$$

TVD com limitador de 3ª Ordem. O limitador de 3ª Ordem é função de r e é calculado através da seguinte expressão:

$$\Psi(r) = \frac{1}{3}(2+r) \quad (28)$$

Pinto mostrou que este limitador sai fora da região de Sweby em alguns trechos e por conta disto, sugere restringir o limitador de 3ª Ordem aos limites da região de Sweby, o que é feito neste trabalho. Pinto ainda comenta que, se este limitador não for restringido pode não produzir um esquema *TVD*.

RESULTADOS

Como primeiro passo, escolheu-se, aplicar o esquema proposto para malhas cartesianas no problema *five-spot*. Este problema possui soluções analíticas para comparação e tem todas as características necessárias face o estudo do efeito de orientação de malha. O passo seguinte será utilizar os esquemas *TVD* em problemas com malhas generalizadas, como o problema dos três poços, e avaliar o quanto este esquema reduziria o grande efeito de orientação de malha apresentado nos resultados obtidos com o esquema *UDS*.

Problema Bidimensional com Geometria *Five-Spot*. Este problema foi resolvido por Pinto (1991) e consiste na injeção de água em um reservatório bidimensional, homogêneo, isotrópico e horizontal com configuração *five-spot*. A tabela 2 traz os dados referentes a este problema.

Tabela 2 – Dados do problema *five-spot*

Pressão inicial	3000 psi (2.07×10^8 Pa)
Saturação inicial de água	0.0
Espessura	5.0 m
Comprimento	706.9 m
Largura	706.9 m
Porosidade	0.05
Densidade	$\rho^w = \rho^o = 1000$ kg/m ³
Viscosidade	$\mu^w = \mu^o = 1$ cp (10^{-3} Pa.s)
Fator volume de formação	$B^w = B^o = 1$
Permeabilidade absoluta	200 mD (1.97×10^{-13} m ²)
Permeabilidade relativa à água	S^w

Permeabilidade relativa ao óleo	S^o
Vazão de água injetada	5000 STB/d (9.20×10^{-3} m ³ /s)
Vazão de líquido produzida	5000 STB/d
Δt máximo	10 dias (8.64×10^5 s)
Δt mínimo	10^{-4} dias (8.64×10^{-4} s)

Para a malha diagonal a geometria é $\frac{1}{4}$ de *five-spot* e para a malha paralela a geometria passa a ser $\frac{1}{2}$ de *five-spot*. Por isto as dimensões da malha paralela são 1000m x 1000m x 5m calculadas por um fator de $\sqrt{2}$. Simulou-se a malha diagonal 10x10 e 30x30 e a malha paralela 14x14 e 42x42. As soluções serão comparadas com a solução semi-analítica de Le Blanc e Caudle (1971), apresentada por Pinto.

As figuras 6, 7 e 8 apresentam os resultados obtidos, para este problema, aplicando-se *UDS*, *TVD* de Van Leer e *TVD* de 3ª ordem. Pode-se verificar que:

- Como era esperado, as soluções obtidas pelo método *UDS* apresentam grande difusão numérica. O efeito de orientação de malha é bastante pronunciado;
- Os esquemas *TVD* apresentaram soluções com difusão numérica e efeito de orientação de malha bastante menores;
- Os esquemas *TVD* obtiveram resultados melhores que o esquema *UDS* para uma quantidade de células nove vezes menor, ver figs. 7 e 8.

A tabela 3 apresenta em volume poroso as diferentes irrupções de água para cada esquema. A irrupção é identificada quando o valor de corte de água chega a 1%.

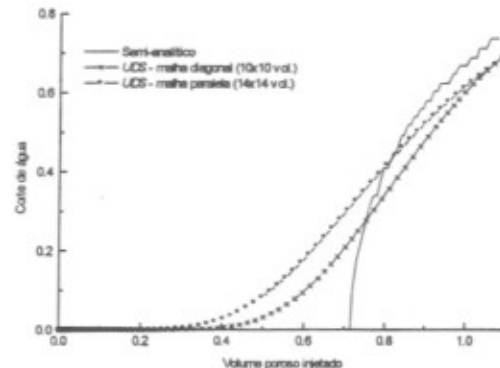


Figura 6 – Problema *five-spot*, *UDS*

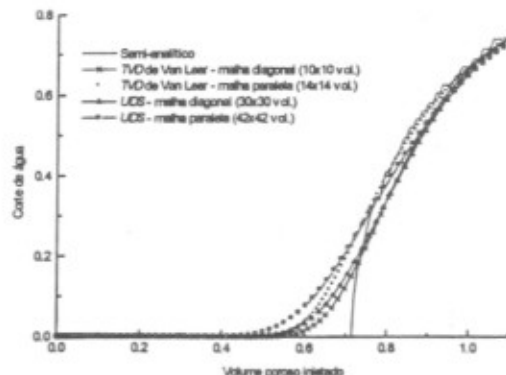


Figura 7 – Problema *five-spot*, *UDS* x *TVD* de Van Leer

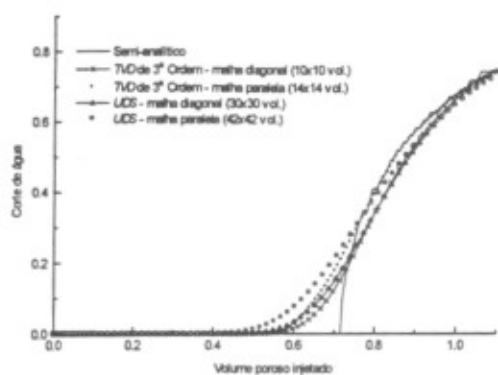


Figura 8 – Problema *five-spot*, UDS x TVD de 3º Ordem

Tabela 3 – Resultados dos diferentes *breakthroughs* (em volume poroso injetado)

	Malha Diagonal	Malha Paralela	Erro absoluto	Erro relativo %
UDS	0,430	0,341	0,089	20,7
UDS refinado	0,546	0,490	0,056	10,3
TVD de Van Leer	0,583	0,558	0,025	4,3
TVD de 3º Ordem	0,583	0,583	0,000	0,0

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma metodologia numérica para simulação de escoamentos trifásicos em reservatório de petróleo com enfoque no problema da aproximação dos termos convectivos. Mostrou-se que para as equações do petróleo este problema consiste na avaliação das mobilidades nas interfaces de um volume de controle. Detalhando a implementação do esquema UDS e simulando um caso, evidenciou-se a dispersão numérica e, conseqüentemente, o efeito de orientação de malha causada pelo emprego de uma função de interpolação dissipativa.

Propõe-se a utilização de esquemas de mais alta ordem, com o fim de diminuir a difusão numérica. Para tanto, explicita-se a avaliação das mobilidades por esquemas TVD aplicados em um sistema generalizado.

Compara-se os esquemas TVD com o UDS para um problema bidimensional com configuração *five-spot*. Conclui-se, para este caso, que os esquemas TVD apresentam um efeito de orientação de malha bastante reduzido e obtêm resultados melhores que o UDS para uma quantidade de volumes nove vezes maior.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CENPES/PETROBRÁS pelo suporte financeiro parcial deste trabalho através de convênio com o SINEMC -Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor- da UFSC.

REFERÊNCIAS

- Brand, C. W., Heinemann, J. E., Leoben, M. U., Aziz, K., 1991, "The Grid Orientation Effect in Reservoir Simulation", SPE 21228, pp. 275-286, Anaheim, California.
- Coats, K. H., George, W. D., e Marcum, B. E., 1974, "Three-Dimensional Simulation of Steamflooding", SPE J., pp. 573-592.
- Cunha, A. R., Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Livramento, M.

A., 1994, "Two-Dimensional Two-Phase Petroleum Reservoir Simulation Using Boundary-Fitted Grids", V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, pp. 359-362.

Harten, A., Lax, P. D. e Van Leer, B., 1983, "On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", SIAM Review, vol. 25, n° 1.

Hegre, T. M., Dalen, V., Henriquez, A., 1986, "Generalized Transmissibilities for Distorted Grids in Reservoir Simulation", Paper SPE 15622, pp. 15, New Orleans.

Ito, Y., 1982, "The Evaluation of Interblock Mobility Using a Modified Midpoint Weighting Scheme", Paper presented at the Sixth SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Louisiana.

Lopez, F. L., 1994, "Esquemas de Volume de Controle para Simulação de Reservatórios", Dissertação de Mestrado, UFRJ.

LeBlanc, J.L. and Caudle, B.H., 1971, "A Streamline Model for Secondary Recovery", SPE Journal, 7-12.

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C., Cunha, A. R., Livramento, M. A., 1993, "Desenvolvimento de um Simulador 3D Black-Oil em Coordenadas Curvilíneas Generalizadas – Parte I", Relatório CENPES/PETROBRÁS, SINMEC/EMC/UFSC, Relatório RT-93-1, Florianópolis, SC, Brasil.

Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, R. J., Brasil.

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Czesnat, A.O., Lucianetti, R.M., Maliska Jr., C.R., 1997, "Three-Dimensional Multiphase Flow Simulation in Petroleum Reservoirs using the Mass Fraction as Dependent Variables", SPE 39067, Fifth Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, R. J., Brazil.

Mota, M. A. A. e Maliska, C. R., 1994, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Coordenadas Generalizadas e Interpolação TVD", Anais V ENCIT, pp. 325-328, São Paulo, Brasil.

Pinto, A. C. C., 1991, "Esquemas de Alta Resolução para Controle de Dispersão Numérica em Simulação de Reservatórios", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, São Paulo.

Raithby, G. D. and Torrance, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Comp. & Fluids, vol. 2.

Rubin, B. e Blunt, M. J., 1991, "Higher-Order Implicit Flux Limiting Schemes for Black-Oil Simulation", Proceedings of 11º SPE, pp. 219-229, California.

Taggart, I. J. e Pinczewski, W. V., 1985, "The Use of Higher Order Differencing Techniques in Reservoir Simulation", Paper presented at the Sixth SPE Symposium on Reservoir Simulation, Dallas, Texas.

Todd, M. R., O'Dell, P. M., e Hirasaki, G. T., 1972, "Methods for Increasing Accuracy in Numerical Reservoir Simulators", SPE J., pp. 515-530.

Yanosik, J. L. e McCracken, T. A., 1976, "A Nine-Point, Finite-Difference Reservoir Simulator for Realistic Prediction of Adverse Mobility Ratio Displacements", SPE J., pp. 253-262.

ABSTRACT

The well known difficulty of minimizing numerical diffusion in the solution of fluid flows is also an important problem in petroleum reservoir simulation. The reservoir simulation normally uses Upstream Differencing Scheme to approximate the convective flow terms. This procedure brings grid orientation effects. The problem is more ample in nonorthogonal boundary-fitted grids, due to the liberty of orient the grid for some physics configuration. This work presents a formulation in boundary-fitted coordinates with results in a *five-spot* pattern. Upstream Differencing Scheme and Total Variation Diminishing Schemes are presented and comparisons are made between them.