

CONVECÇÃO NATURAL ELÍPTICA EM CANAIS DE FORMA ARBITRÁRIA

MARCONDES, F. e MALISKA, C. R.

Grupo de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos - SINMEC
Depto. de Eng. Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina
C.P. 476 - CEP 88049 - Florianópolis - SC - Brasil

SUMMARY

Quando resolve-se o problema da convecção natural retendo os termos elípticos na direção principal do escoamento, a aplicação das condições de contorno para a pressão e velocidade é de vital importância. Neste trabalho um modelo numérico, escrito no sistema de coordenadas generalizadas, é desenvolvido para a solução desta classe de problemas, dando-se ênfase na aplicação das condições de contorno e no tratamento de canais com forma arbitrária. Resultados são apresentados para o canal em forma de 'L', para diversos números de Rayleigh e relações geométricas.

INTRODUÇÃO

Transferência de calor por convecção natural em canais abertos é encontrada em uma larga variedade de situações, tais como no resfriamento de equipamentos eletrônicos, troca de calor em coletores de energia solar, no aquecimento de prédios empregando parede Trombe, em secadores de grãos, resfriamento de condensadores domésticos, etc. Em todos estes casos, é necessário conhecer as características dos campos de velocidade e temperatura, para que se possa projetar tais equipamentos com melhor rendimento.

Convecção natural tem sido extensivamente investigada, numericamente e experimentalmente, para o caso de canais formados por duas placas planas verticais. A maioria dos trabalhos numéricos desprezam a difusão na direção principal do escoamento, nas equações do movimento e energia (Bodoia e Osterle (1962), Aung e outros (1972), Sparrow e outros (1984)). Esta simplificação confere às equações do movimento e energia, na direção principal do fluxo, um caráter parabólico, permitindo um procedimento de marcha para o conjunto de equações. Neste caso a vazão é prescrita e a altura do canal é determinada.

Apesar da grande potencialidade do procedimento parabólico do ponto de vista computacional, existem situações físicas em canais abertos que apresentam uma característica predominantemente elíptica na direção principal do escoamento. Como exemplo deste tipo de escoamento pode-se citar o da convecção natural em canais verticais, quando os efeitos de flutuação são grandes o bastante para causar o fluxo reverso próximo a parede mais fria. Neste caso, os termos elípticos devem ser retidos nas equações do movimento e energia. Desta forma, precisa-se conhecer os valores dos campos na entrada e saída do canal. Diversas são as possibilidades de contornar este problema. Kettleborough (1972) e Nakamura e outros (1982) contornaram esta dificuldade estendendo o domínio de cálculo, na entrada, para a região externa ao canal de modo que condições de derivada nula pudessem ser aplicadas as variáveis do problema sem afetar os perfis de velocidade na entrada. Nieckele e Azevedo (1987), apresentam resultados experimentais e numéricos, sendo os resultados numéricos obtidos por procedimentos elípticos e parabólicos, para o caso de canais formados por duas placas planas. No trabalho de Nieckele e Azevedo (1987), a metodologia de aplicação da condição de contorno para a velocidade quando o termo elíptico é retido na equação do movimento não está claramente explicada.

No presente trabalho a metodologia para cálculo

da velocidade na entrada do canal é aquela apresentada em Marcondes (1988). As equações são apresentadas no sistema de coordenadas generalizadas as quais permitem que canais de geometrias complexas sejam estudados. A pressão é prescrita na entrada do canal e é criada uma equação especial para a velocidade neste local.

Para propósitos de verificação o modelo é aplicado na solução da convecção natural em canais formados por duas placas planas para $S/H \cdot Ra$ variando de 10^3 a 5×10^4 , com os casos de temperatura e fluxos das paredes prescritos e para os casos onde existe a presença de recirculações na saída do canal próxima a parede mais fria. Os resultados são comparados com os resultados de Sparrow e outros (1984). Para demonstrar a generalidade do modelo, a convecção natural em um canal em forma de 'L' é resolvida usando um sistema de coordenadas generalizado quase alinhado com as linhas de corrente do problema.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema de interesse é o da convecção natural bidimensional elíptico em canais abertos de geometria qualquer. Neste trabalho interessa-se pelo regime permanente e o domínio de cálculo é mostrado na Fig. 2.

Para que a discretização do domínio de cálculo apresente sempre volumes inteiros nas fronteiras para geometrias quaisquer, é necessário que o sistema de coordenadas seja coincidente com a fronteira. Isto pode ser conseguido escrevendo-se as equações governantes do problema para o sistema generalizado de coordenadas.

Observando-se as seguintes hipóteses simplificativas: a) regime laminar; b) escoamento incompressível (aproximação de Boussinesq); c) fluido Newtoniano; d) propriedades do fluido constantes, a não ser aquelas que aparecem nas forças de campo; e) sem geração de calor; f) sem dissipação viscosa,

obtem-se a seguinte equação para a variável escalar ϕ , no plano transformado,

$$\frac{1}{J} \frac{\partial [\rho \phi]}{\partial \xi} + \frac{\partial [\rho U \phi]}{\partial \xi} + \frac{\partial [\rho V \phi]}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[C_4 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[C_2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[C_3 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] + \hat{P} + \hat{S} \quad (1)$$

A Equação (1) para a variável escalar ϕ representa as equações da continuidade, movimento para

u e v e a equação da energia para T. Os termos de pressão (\hat{P}^ϕ) e termos fontes (\hat{S}^ϕ) para cada variável ϕ podem ser encontrados em Marcondes (1988).

INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO PARA A VARIÁVEL ESCALAR ϕ

Integrando a Eq. (1) no volume de controle ($\Delta\xi\Delta\eta$) no plano transformado e no tempo, resulta a seguinte equação para a variável escalar ϕ .

$$A_P \phi_P^{n+1} = \sum A_{nb} \phi_{NB}^{n+1} + L|\hat{P}^\phi| + L|\hat{S}^\phi| + \frac{A_P \phi_P^n}{[1 + E]} \quad (2)$$

Maiores detalhes da integração da Eq. (2) podem ser encontrados em Maliska (1981).

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Para o cálculo do fluxo de massa usando as componentes de velocidade cartesianas (u e v) existe a necessidade de resolver u e v em um mesmo ponto, tendo-se em vista que em um volume arbitrário estas componentes do vetor velocidade são necessárias para o cálculo do fluxo de massa. As componentes contravariantes U e V são as componentes responsáveis pelo transporte de massa, respectivamente nas faces este e oeste e norte e sul. Dessa forma, torna-se conveniente escrever as equações do movimento para U e V. Usando a metodologia de cálculo proposta por Maliska (1981), chega-se às seguintes expressões para U e V.

$$U_P = \hat{U}_P - \left| \frac{\alpha \Delta V}{A_u} \frac{\Delta P}{\Delta \xi} \right| + \left| \frac{\beta \Delta V}{A_u} \frac{\Delta P}{\Delta \eta} \right| \quad (3)$$

$$V_P = \hat{V}_P - \left| \frac{\gamma \Delta V}{A_v} \frac{\Delta P}{\Delta \eta} \right| + \left| \frac{\beta \Delta V}{A_v} \frac{\Delta P}{\Delta \xi} \right| \quad (4)$$

onde \hat{U} e \hat{V} são calculadas algebricamente, de acordo com o método PRIME. Detalhes em Marcondes (1988).

MÉTODO PARA O TRATAMENTO DO ACOPLAMENTO PRESSÃO - VELOCIDADE

Para resolver-se as Eqs. para u, v e T precisa-se encontrar uma maneira de calcular a pressão uma vez que temos 4 incógnitas (u, v, P e T) e apenas 3 equações já que, pela hipótese de Boussinesq, ρ é admitido constante e a equação da conservação da massa não pode ser utilizada como uma equação evolutiva para P.

Para resolver este problema é usado o método PRIME, cujos maiores detalhes podem ser encontrados em Maliska (1981). Neste método as Eqs. (3) e (4) são substituídas na equação da continuidade e é obtida uma equação para a pressão.

O processo iterativo neste trabalho usando o PRIME tem a seguinte sequência: 1) Estima-se os campos iniciais de u, v, P e T; 2) calcula-se os coeficientes para U e V; 3) calcula-se as velocidades \hat{U} e \hat{V} ; 4) resolve-se a equação para a pressão; 5) calcula-se U e V com o novo campo de pressão usando as Eqs. (3) e (4); 6) calcula-se U e V, nos locais onde não é exigida a conservação da massa, usando uma média com as velocidades vizinhas; 7) calcula-se u e v, usando as componentes contravariantes; 8) calcula-se T; 9) volta-se ao item 2 e itera-se até atingir a convergência.

EQUAÇÃO PARA A PRESSÃO

Admitindo aproximações de segunda ordem para os

gradientes de pressão nas Eqs. 3 e 4 e substituindo-as na equação da continuidade, chega-se à seguinte equação para a pressão.

$$A_P P_P = \sum A_{nb} P_{NB} + \nabla \cdot \hat{U} \quad (5)$$

CONDIÇÃO DE CONTORNO PARA A VELOCIDADE

a - Entrada do Canal

Na metodologia apresentada em Marcondes (1988) a velocidade na entrada do canal é calculada de forma similar a uma velocidade interna. O volume de controle para a velocidade na entrada é o volume hachurado na Fig. 1. O gradiente de pressão para esta velocidade é dado por $(P_P - P_1)$. P_1 pode ser calculado via equação de Bernoulli ou pode ser feito igual a zero como é feito na maioria dos trabalhos de convecção natural para canais planos. Uma completa explanação a respeito das implicações de cada uma destas condições de contorno para a pressão pode ser encontrada em Marcondes (1988). O cálculo de P_1 usando a Eq. de Bernoulli é feito da seguinte forma

$$P_1 = -0.5 \rho \bar{v}_1^2 \quad (6); \quad \bar{v}_1 = \frac{[\sum V_1]}{S} \quad (7)$$

onde S é a distância entre placas na entrada do canal.

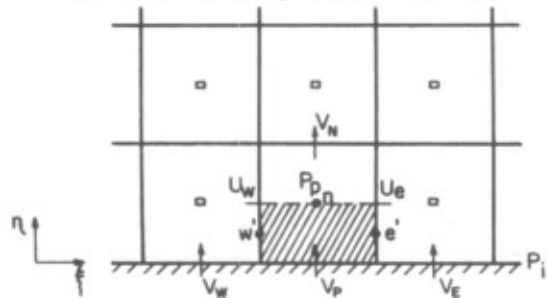


Fig. 1 - Volume de controle para o cálculo da velocidade na entrada do canal no plano transformado

Integrando a Eq. (1) no volume de controle da Fig. 1, e considerando-se a malha ortogonal na fronteira, por simplicidade, vem,

$$V_P = \hat{V}_P - \left| \frac{\gamma \Delta V}{A_v} \frac{\Delta P}{\Delta \eta} \right| \quad (8)$$

Detalhes da obtenção da Eq. (8) podem ser encontrados em Marcondes (1988).

b - Saída do Canal

Neste trabalho, em todos os casos, foi usada a condição de derivada nula na saída, mesmo para aqueles casos onde existe recirculação.

$$\frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0 \quad (9)$$

CONDIÇÃO DE CONTORNO PARA A PRESSÃO

Os balanços de massa, realizados na fronteira são feitos de forma idêntica aos realizados para os volumes internos. A única diferença que se observa na equação ocorre na fronteira de entrada, onde surge um termo a mais no coeficiente e outro no termo fonte, em virtude do cálculo da velocidade ser evolutivo e o da pressão ter um valor prescrito na entrada.

CONDIÇÃO DE CONTORNO PARA A TEMPERATURA

A condição de contorno na entrada do canal é a

temperatura ambiente (T_0). Nas paredes foram usadas condições de temperatura e fluxo prescrito. Na saída do canal a condição de derivada nula para temperatura foi usada, a menos que, existisse entrada de fluido externo na saída. Neste caso a temperatura é feita igual à ambiente se o fluido estiver entrando e é usada a condição localmente parabólica se o fluido estiver saindo.

RESULTADOS

Antes dos resultados para o canal em 'L' serem apresentados, mostra-se na Tab. 1 os resultados obtidos em termos de Nusselt médio e relação entre vazões, obtidas usando a pressão igual a zero (índice inferior 1) e a calculada através da equação de Bernoulli (índice inferior 2), para o canal vertical com uma das paredes à temperatura constante e a outra isolada. Os valores de Nu experimentais são os resultados obtidos em Sparrow e outros (1984). As expressões de Nu_s e Ra_s são dadas por

$$Nu_s = \frac{\bar{q}S}{k(T_w - T_0)} \quad (10)$$

$$Ra_s = \frac{g\bar{\beta}(T_w - T_0)S^3}{\nu\alpha} \quad (11)$$

onde k é a condutividade térmica, \bar{q} o fluxo de calor médio na parede aquecida, α a difusividade térmica, $\bar{\beta}$ o coeficiente de expansão volumétrica, g a aceleração da gravidade e ν a viscosidade cinemática.

Tab. 1 - Número de Nusselt e razão entre os fluxos de massa para diferentes condições de contorno para a pressão para o canal reto com $S/H=0.0437$ e $Pr=5.0$.

$(S/H)*Ra_s$	10^3	5×10^3	10^4	5×10^4
Nu_{s1}	3.645	5.449	6.473	9.964
Nu_{s2}	3.595	5.342	6.332	9.789
\dot{m}_1/\dot{m}_2	1.063	1.156	1.245	1.689
$Nu_{exp.}$	3.842	5.736	6.816	10.177

A constatação importante é que a condição de contorno para a pressão não influencia o número de Nusselt mas, como era de se esperar, modifica sensivelmente a vazão, principalmente para Ra_s elevados.

A seguir apresenta-se alguns dos resultados obtidos para o canal em forma de 'L'. A Fig. 2 apresenta a geometria e as condições de contorno utilizadas.

Em todos os casos simulados, H' foi mantido constante e igual a 0.1m. O parâmetro $(S/H)*Ra_s$ foi variado de 10^3 a 5×10^4 , quando o objetivo era analisar o efeito chaminé deste tipo de geometria. Neste caso, S foi mantido constante e igual a 0.1m e H variado de 1.1428 a 2.2280m. Para estudar o efeito do espaçamento entre placas (S) no fluxo de calor da parede vertical, o parâmetro Ra_s foi variado de 10^3 a 8×10^3 , com H mantido constante e igual a 1.1428m e S variado de 0.02 a 0.16m.

A Tab. 2 mostra os resultados para a relação $S/H=0.066$, para diversos valores de $(S/H)*Ra_s$, empregando os dois tipos de condição de contorno para a pressão com $Pr=5.0$, para o canal em 'L' com $S/H=0.066$.

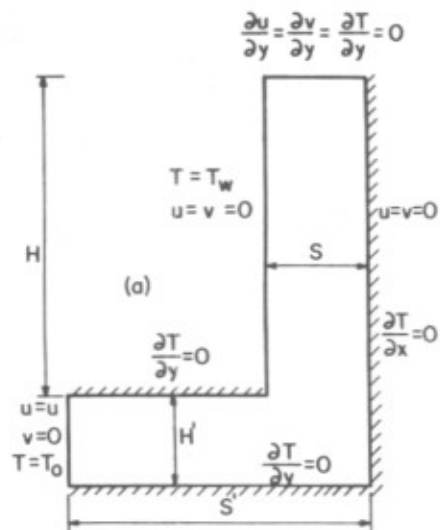


Fig. 2-Geometria e condições de contorno do canal em L

Tab. 2 - Comparação da relação da taxa de fluxo de massa e número de Nusselt médio para diversas condições de contorno para a pressão.

$(S/H)*Ra_s$	10^3	5×10^3	10^4	5×10^4
\dot{m}_1/\dot{m}_2	1.030	1.072	1.109	1.270
Nu_{s1}	2.629	3.980	4.730	7.096
Nu_{s2}	2.610	3.950	4.690	7.037
$Nu_{s(\text{canal reto})}$	3.842	5.736	6.816	10.177

Observando-se as relações de vazão da Tab. 1 para o canal vertical e as da Tab. 2 para o canal em 'L' pode-se perceber que as maiores relações de vazão são para o canal reto. O importante é lembrar que a relação de vazão deveria ser igual a 1, para qualquer caso, se as condições de contorno empregadas reproduzissem a solução correta. As relações são mais próximas da unidade para o canal em 'L', devido a condição de contorno (P_1) igual a zero ser aplicada longe da região onde os efeitos de flutuação são importantes.

Novamente, os valores de Nu_s para ambas as condições de contorno para a pressão são praticamente iguais. Por último, pode-se ver o efeito da extensão horizontal em relação ao canal vertical, onde tem-se valores de Nu_s menores para o canal em 'L', quando comparado com o canal vertical. Isto ocorre em virtude de uma parcela das forças de flutuação ser gasta para vencer o atrito, diminuindo assim a vazão sucionada, o que irá proporcionar uma camada limite térmica mais espessa, diminuindo consequentemente o número de Nusselt.

Os dados apresentados a seguir foram calculados com P_1 igual a zero, em virtude de não ter-se conseguido uma boa convergência dos resultados quando prescreveu-se a pressão através da equação de Bernoulli, para $Pr=0.708$ e $(S/H)*Ra_s$ maiores que 10^3 .

Como neste caso os fluxos de massa não são drasticamente afetados com o tipo de condição de contorno para a pressão, não foram feitos esforços para elucidar a razão da não convergência. Nestes resultados o interesse é voltado para o efeito chaminé, consequentemente o valor de S foi mantido constante.

A Fig. 3 mostra as linhas de corrente, perfis de velocidade (u na horizontal e v na vertical) e as isotermas adimensionais (θ).

Inspecionando as linhas de corrente e os perfis

de velocidade na Fig. 3, pode-se observar o efeito da convecção natural próximo à parede vertical. Observando-se as isothermas na Fig. 3, conclui-se que, praticamente, toda a região horizontal não sofre nenhum efeito da parede aquecida.

A Fig. 4 apresenta o número de Nusselt médio baseado na altura (H), onde H foi mantido constante e igual a 1.1428m. Da forma como é definido o Nu_H representa o fluxo de calor médio na parede aquecida. Desta forma, o efeito do espaçamento entre placas (S) no fluxo de calor, pode agora ser analisado.

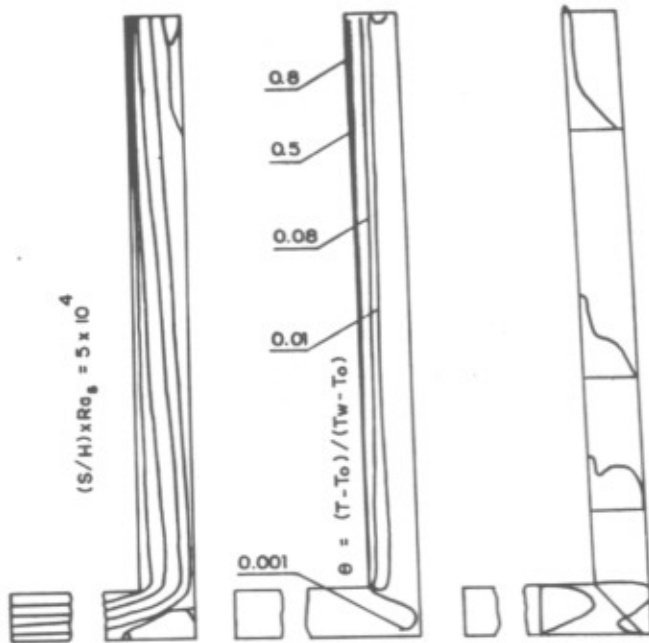


Fig. 3 - Linhas de corrente, isothermas e perfis de velocidade com uma parede a temperatura constante e a outra isolada, com $S=0.1m$, $H=1.1428m$ e $Pr=0.708$

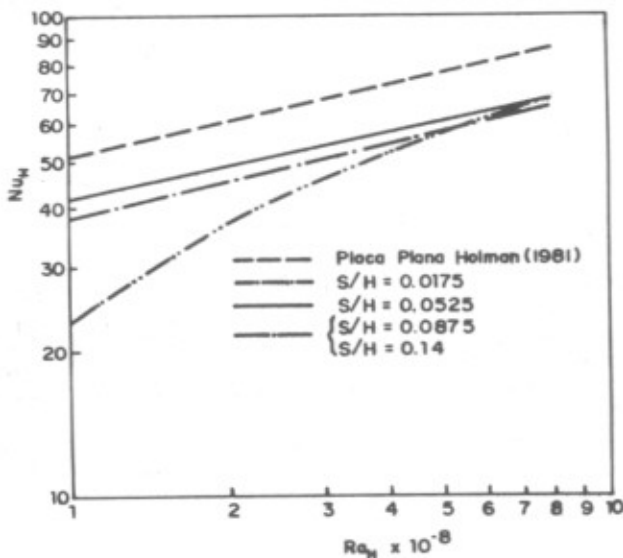


Fig. 4 - Número de Nusselt médio baseado na altura aquecida para o canal em 'L'

Na Fig. 4 pode-se ver que o número de Nusselt baseado em H, para os quatro valores de S analisados é sempre menor que o Nusselt para a placa plana, para um mesmo número de Rayleigh.

Em relação a troca de calor do canal em 'L', pode-se observar que existe um aumento significativo

na troca de calor quando o valor de S é aumentado de 0.02 a 0.06m. Observa-se também nesta figura que para $S/H=0.0525$ existe a máxima troca de calor do canal em 'L'. Para S/H maiores do que este valor a troca de calor diminui. Uma tentativa de explicação para este comportamento é agora apresentada. Se a espessura da camada limite para a placa plana vertical for calculada pela Eq. (7.20) de Holman (1981) o valor encontrado será $\delta/H=0.0486$, bem próximo de $S/H=0.0525$, que é a razão largura/altura que apresenta a maior troca de calor média. Se aumentarmos S/H além deste valor a camada limite térmica não envolverá todo o canal. Consequentemente, a parcela de fluido que não sofre ação da força de empuxo deve ser arrastada pelo fluido no interior da camada limite térmica. Desta maneira pode-se dizer que uma parcela da força de empuxo está sendo utilizada para proporcionar o movimento da massa fria, ocasionando uma diminuição no gradiente de temperatura e consequentemente no número de Nusselt.

BIBLIOGRAFIA

- .AUNG, W., FLETCHER, L. S., and SERNAS, V., Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates With Asymmetric Heating, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 15, 1972, pp. 2293-2308.
- .BODOIA, J. R., and OSTERLE, J. F., The Development of Free Convection Between Heated Vertical Plates, Journal Heat Transfer, Vol. 84, 1962, pp. 40-44.
- .HOLMAN, J. P., Heat Transfer (5th edn.), McGraw-Hill, New York, 1981.
- .KETTLEBOROUGH, C. F., Transient Laminar Free Convection Between Heated Vertical Plates Including Entrance Effects, International Journal of Heat and mass Transfer, Vol. 15, 1972, pp. 883-896.
- .MALISKA, C. R., A Solution Method for Three-Dimensional Parabolic Fluid Flow Problems in Nonorthogonal Coordinates, Ph. D. Thesis, Waterloo University, Ontario, Canada, 1981.
- MARCONDES, F., Solução Numérica do Problema Elíptico da Convecção Natural em Canais Abertos, Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1988.
- .NAKAMURA, H., ASAKO, Y., and NAITOU, T., Heat Transfer by Free Convection Between Two Parallel Flat Plates, Numerical Heat Transfer, Vol. 5, 1982, pp. 95-106.
- .NIECKELE, A. O., and AZEVEDO, L. F. A., Reverse Flow in One-Sided Heated Vertical Channels in Natural Convection, Presented in The Winter Annual Meeting of The American Society of Mechanical Engineers, Boston, 1987, pp. 71-77.
- .SPARROW, E. M., CHRYSLER, G. M., and AZEVEDO, L. F., Observed Flow Reversals and Measured-Predicted Nusselt Numbers for Natural Convection in a One-Sided Heated Vertical Channel, Journal of Heat Transfer, Vol. 106, 1984, pp. 325-332.

ABSTRACT

This paper presents a numerical model for the solution of two-dimensional natural convection flow problems in open-ended channels where elliptic effects are important. The model is applied for the solution of natural convection problems in L-shaped channels for prescribed temperature and heat flux for several geometrical relations and Rayleigh numbers.