



IBP1720_06

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE SEGREGAÇÃO GRAVITACIONAL USANDO O MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM ELEMENTOS

Lynceo Braghirolli¹, Jonas Cordazzo², Antônio Fábio Carvalho da Silva³, Clovis Raimundo Maliska⁴, Pedro Augusto Marre Laszlo⁵

Copyright 2006, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP

This Technical Paper was prepared for presentation at the *Rio Oil & Gas Expo and Conference 2006*, held between September, 11-14 2006, in Rio de Janeiro. This Technical Paper was selected for presentation by the Technical Committee of the event according to the information contained in the abstract submitted by the author(s). The contents of the Technical Paper, as presented, were not reviewed by IBP. The organizers are not supposed to translate or correct the submitted papers. The material, as it is presented, does not necessarily represent Brazilian Petroleum and Gas Institute's opinion, nor that of its Members or Representatives. Authors consent to the publication of this Technical Paper in the *Rio Oil & Gas Expo and Conference 2006 Annals*

Resumo

Neste trabalho é analisada a aplicação do Método de Volumes Finitos baseado em Elementos (EbFVM) na simulação do processo de separação das fases água e óleo que ocorre em meio poroso devido a diferença de densidades entre estas fases – a segregação gravitacional. Este é um problema teórico bastante exigente e que pode ser utilizado, entre outras coisas, para a conferência do método numérico utilizado na simulação de reservatórios de petróleo. Com malhas não-estruturadas, o problema físico analisado neste artigo apresenta-se ainda mais importante porque a solução numérica pode resultar em campos de velocidade aparentemente irrealistas. A causa está associada à forma como alguns termos das equações discretizadas são aproximados nos postos de integração. No entanto, através da análise dos resultados demonstra-se que na medida em que a malha é refinada na região de interface das fases, os resultados reproduzem o comportamento físico esperado. Isso assegura que o método EbFVM apresenta 'consistência' numérica, que é uma das mais importantes e fundamentais características de qualquer método utilizado na área de simulação.

Abstract

In this work, the Element-based Finite Volume Method (EbFVM) is applied to some porous media problems of density driven flow. These kinds of problems are very rigorous, and they can be used in analysis of numerical techniques employed in petroleum numerical simulation. Using unstructured grids, the physical problem considered in this work becomes even more important, because the numerical solution can produce artificial velocities. The cause can be the way as some terms of discretized equations are approximated in the integration points. However, through the results analysis is shown that the more the grid is refined, the more the results reproduce the expected physical behavior. This assures that the EbFVM method presents numerical consistence, which is one of the most important and fundamental characteristics of any method applied in simulation field.

^{1,5} Alunos de graduação em engenharia mecânica, UFSC

² Engenheiro pesquisador, UFSC

^{3,4} Professores do departamento de engenharia mecânica, UFSC

1. Introdução

No processo de formação dos reservatórios de petróleo a segregação gravitacional, processo de separação de dois fluidos imiscíveis e de densidades diferentes sob ação da gravidade, tem importante destaque. Tal efeito é responsável pelo aprisionamento do óleo sob as camadas selantes. Por isso, durante a extração do petróleo, também se faz necessário avaliar cuidadosamente seus efeitos, pois a quantidade de óleo presente no reservatório está diretamente ligada às diferenças de densidade dos fluidos. Assim, somente modelos computacionais que apresentem resultados consistentes para este fenômeno podem ser utilizados.

Na simulação de reservatório de petróleo, em trabalhos mais teóricos, o efeito gravitacional é desprezado, em função das pequenas espessuras dos reservatórios em relação às suas dimensões areais. Trabalhos como de Gottardi e Dall'Olio (1992) são exemplos desse tipo de estudo. Os simuladores comerciais mais conhecidos, no entanto, contemplam o termo gravitacional em seus modelos (Imex, 2002; Eclipse, 2004), e o tratam de forma adequada. Porém apenas malhas estruturadas são atualmente empregadas por estes softwares. A utilização de malhas não-estruturadas implica no surgimento de algumas dificuldades numéricas, muitas delas comentadas neste trabalho, e relacionadas à aproximação do termo gravitacional. Talvez seja esta a razão de tão poucos trabalhos na literatura que tenham apresentados resultados de problema de segregação gravitacional com malhas não-estruturadas.

Knabner e Frolkovič (1996) abordam a necessidade de utilizar uma formulação de malhas não-estruturadas que apresente um campo de velocidades consistente. Eles demonstram que velocidades não-físicas aparecem no domínio quando o campo de densidades varia espacialmente. Eles propõem, entre outras coisas, o emprego de operações de médias para eliminar este efeito indesejado.

O modelo empregado neste trabalho utiliza um esquema consistente de avaliação das mobilidades, elaborado a partir das idéias de Knabner e Frolkovič (1996). No entanto, o enfoque dado neste trabalho se difere um pouco do trabalho daqueles autores. Eles aplicaram seu modelo em um escoamento monofásico com densidade variável. Aqui é considerado um escoamento bifásico com densidades constantes, mas diferentes dos dois fluidos. Esse escoamento apresenta grandes forças de empuxo que causa o fenômeno de segregação gravitacional, isto é, a separação espacial das fases em função da diferença de densidades.

Neste trabalho mostra-se que o emprego de malhas não-estruturadas em problemas onde os termos de empuxo são importantes pode originar soluções não-físicas. Também são discutidas as possíveis soluções para este tipo de problema. Quanto à organização deste trabalho, inicialmente, o modelo matemático é apresentado de forma breve na próxima seção. Em seguida, são abordadas as questões numéricas mais importantes do problema, incluindo a apresentação do método numérico empregado, o método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM – *element-based finite volume method*). Finalmente, alguns casos-teste são apresentados e discutidos.

2. Modelo Matemático

Como serão resolvidas as equações de escoamento em meios porosos de um sistema bifásico água-óleo, o modelo matemático resume-se na equação de conservação da massa de cada um dos fluidos

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_m s_m) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_m \bar{\mathbf{v}}_m) = 0 \quad (1)$$

onde, ϕ é a porosidade do meio e o sub-índice m indica o fluido, água ou óleo. A saturação da fase, s , representa a fração do espaço poroso ocupada pela fase e ρ é a densidade. Através das equações do movimento em meios porosos, (equação de Darcy),

$$\bar{\mathbf{v}}_m = -k \lambda_m (\bar{\nabla} p - \rho_m \bar{\mathbf{g}}) \quad (2)$$

obtem-se as velocidades de cada fase. Nesta equação, a velocidade da fase é proporcional ao gradiente de pressão $\bar{\nabla} p$, e depende também do termo gravitacional, que envolve a aceleração da gravidade $\bar{\mathbf{g}}$. Por simplicidade e para facilitar a interpretação dos resultados, a pressão capilar entre as fases foi desprezada. As demais grandezas físicas presentes são a permeabilidade absoluta k e a mobilidade λ , calculada a partir de

$$\lambda_m = \frac{k_r}{\mu_m} \quad (3)$$

onde k_r é a permeabilidade relativa da fase e μ_m a viscosidade do fluido.

Para o fechamento do problema é necessária a utilização da equação de restrição volumétrica, dada por

$$s_w + s_o = 1 \quad (4)$$

3. Modelo Numérico

Embora o modelo matemático apresentado na seção anterior seja relativamente simples, a sua resolução analítica não é possível. Por isso, deve-se buscar alternativas de resolução numérica. Neste sentido, métodos numéricos que empreguem malhas não-estruturadas têm aplicação direta na simulação numérica na área de petróleo. A razão é a necessidade de se ter metodologias versáteis na discretização de domínios complexos, no refino de regiões específicas do domínio, garantindo, ainda, com toda esta flexibilidade geométrica, precisão nos resultados. Um método que reúne estas facilidades é o Método de Volumes Finitos baseado em Elementos (EbFVM – *Element-based Finite Volume Method*) (Maliska, 2004). Este método tem a flexibilidade geométrica do método de elementos finitos, porém preservando a conservação das propriedades, tanto local quanto globalmente, típica dos métodos de volumes finitos. Isso justificou a sua escolha neste trabalho.

O processo de discretização foi realizado considerando apenas a situação bidimensional e usando elementos triangulares. Neste método os volumes de controle são formados pela união de sub-volumes, definidos através dos elementos. Como apresentado na Figura 1, o elemento é dividido em três partes que compõem três volumes distintos, representados pelos nós.

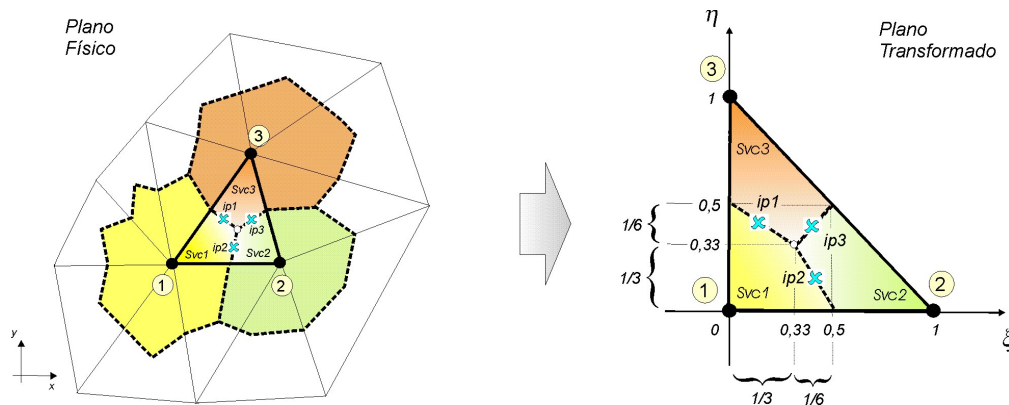


Figura 1 - Elemento triangular, destacando os sub-volumes (Svc) e os pontos de integração (ip)

Devido às geometrias irregulares obtidas na construção das malhas, a avaliação das propriedades no interior do elemento ocorre através das funções de forma. Desse modo, o procedimento realizado em todos os elementos é o mesmo, independente de quão distorcido ele seja. As funções de forma para elementos triangulares são apresentadas abaixo:

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \quad (5)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \xi \quad (6)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \eta \quad (7)$$

Neste contexto, a avaliação da pressão pode ser feita para qualquer ponto no interior do elemento em função dos valores nodais do elemento, como apresentado abaixo, onde p_i é a pressão no nó i .

$$p = p_1 N_1 + p_2 N_2 + p_3 N_3 \quad (8)$$

Outro ponto a ser ressaltado é a avaliação das mobilidades nos pontos onde o fluido cruza a fronteira do volume de controle. A utilização do método *upwind* (avaliação à montante) tem se demonstrado a única alternativa que confere estabilidade numérica (Todd *et al.*, 1972; Yoshiaki, 1982). Neste método, as propriedades são calculadas a partir dos valores nodais localizados à montante do escoamento. Logo, as regras para sua determinação podem ser expressas em função do fluxo que atravessa a interface entre dois volumes de controle i e j , q_{ij} , se resume em:

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} q_{ij} > 0, \lambda_i \\ q_{ij} < 0, \lambda_j \end{cases} \quad (9)$$

A implementação dessas regras em malhas não-estruturadas é bastante simples e pode ser vista em Cordazzo (2006).

O algoritmo utilizado para a resolução do conjunto de equações discretizadas foi o IMPES - *Implicit Pressure Explicit Saturation*. Nesta técnica, a pressão é determinada implicitamente através de uma equação obtida pela substituição das equações da água e do óleo (Equação 1) na Equação 4. Resolvido o sistema para a pressão, emprega-se a equação discretizadas de uma das fases para determinar a sua saturação, e a equação da restrição para determinar a saturação da outra fase. Maiores detalhes sobre a metodologia utilizada podem ser encontrados em Peaceman (1977).

4. Resultados

4.1. Definição do 1º Problema Físico

O problema físico a ser considerado consiste em uma caixa quadrada com fronteiras totalmente fechadas, e composta por um material poroso, como mostrado na Figura 2a. O espaço poroso está totalmente preenchido com dois fluidos imiscíveis e incompressíveis (água e óleo) que, inicialmente, estão ocupando igualmente todo o domínio ($s_w = s_o = 0,5$). Estes fluidos têm a mesma viscosidade de 1 cp, mas diferentes densidades: $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $\rho_o = 500 \text{ kg/m}^3$. Para o meio poroso definiu-se permeabilidade absoluta de 500mD e porosidade constante igual a 0,2. As curvas de permeabilidades relativas adotadas são lineares de 0 a 1.

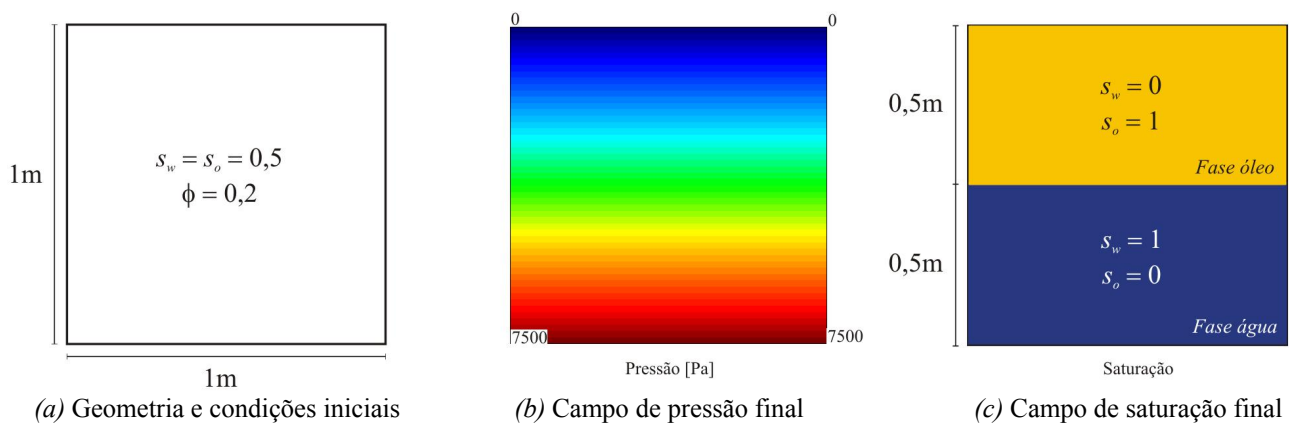


Figura 2. Caracterização das condições iniciais e resultados de regime permanente do 1º caso analisado

Como condições de contorno têm-se o conjunto de fronteiras isoladas e pressão prescrita igual à zero no nó superior esquerdo. A segunda condição é necessária pois a conservação da massa define o gradiente e não os valores de pressão, assim existem infinitos campos de pressão que satisfazem o problema. Foi adotado o valor de 10 m/s^2 para a aceleração da gravidade.

A solução deste problema é bastante trivial e está apresentada nas Figuras 2b e 2c, em termos de valores de pressão e saturação dos fluidos, respectivamente. Nota-se que todo o óleo, por ser mais leve que a água, deve ficar localizado na parte superior da caixa. Observe também que essa solução é decorrente das curvas de permeabilidades que não apresentam valores residuais; caso contrário algum óleo ficaria retido em todo o domínio. Esta solução é a de regime permanente onde a pressão no fundo da caixa deve ser de 7,5 kPa, valor esse que corresponde à altura que se estabeleceu das colunas de água e de óleo e as diferentes densidades. Se a caixa fosse preenchida completamente por água esta pressão seria 10 kPa ($1000 \text{ kg/m}^3 * 10 \text{ m/s}^2 * 1 \text{ m}$).

4.2. Solução Numérica do 1º Problema Físico

Inicialmente, o problema físico da Figura 2 será resolvido numericamente com uma malha com apenas 2 elementos, Figura 3. A solução de regime permanente apresentou o campo de pressões da Figura 3a, que difere um pouco da situação esperada, pois para a condição de contorno estabelecida deveríamos obter um campo de pressões com variação apenas na direção vertical. O campo de saturações obtido é mais próximo da solução de referência, como demonstra a Figura 3b. Os valores das grandezas analisadas são calculados nos nós da malha e por isso aparecem escritos sobre os nós. Os demais valores no interior dos elementos são obtidos por interpolação linear.

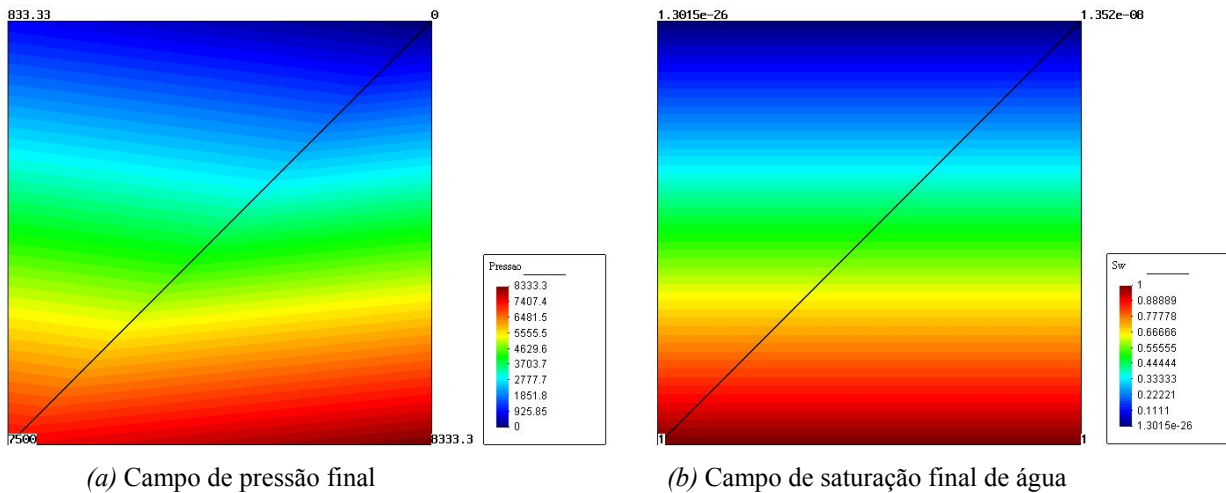


Figura 3. Resultados numéricos do 1º caso

4.3. Definição do 2º Problema Físico

Maiores distorções acontecem nos resultados alterando-se a situação inicial do problema anterior. Isso será demonstrado neste caso alterando-se a quantidade de água inicial do para 90 %. A solução de equilíbrio para este caso passa a ser a apresentada na Figura 4. Neste caso a pressão esperada no fundo da caixa passa a ser de 9,5 kPa, maior, portanto, que o caso anterior (7,5 kPa) porque há mais água (fluido mais pesado) no domínio.

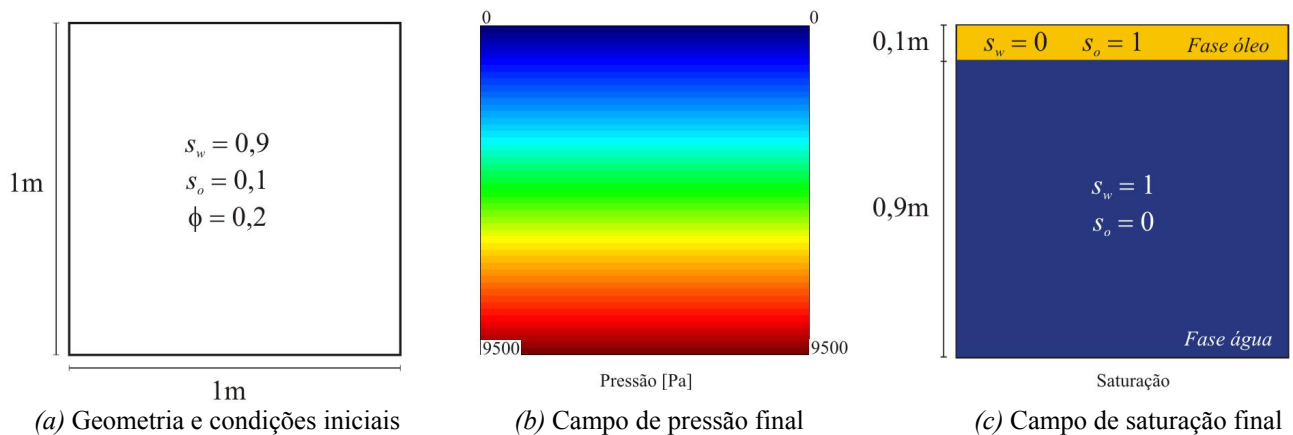


Figura 4. Caracterização das condições iniciais e resultados de regime permanente do 2º caso analisado

4.4. Solução Numérica do 2º Problema Físico

Empregando-se a mesma malha do 1º. caso, a solução numérica do problema físico da Figura 4 está apresentada na Figura 5. Pode-se observar que, qualitativamente, o campo de pressões apresentou o comportamento esperado (variação apenas na direção vertical). Mas, ao observar o valor da pressão no fundo da caixa, nota-se que a solução convergiu para 10 kPa, isto é, uma pressão maior que a esperada (9,5 kPa). Porém, as maiores discrepâncias aconteceram, neste caso, com o campo de saturações que apresentou todo o óleo acumulado no canto superior esquerdo ($s_w = 0,4$).

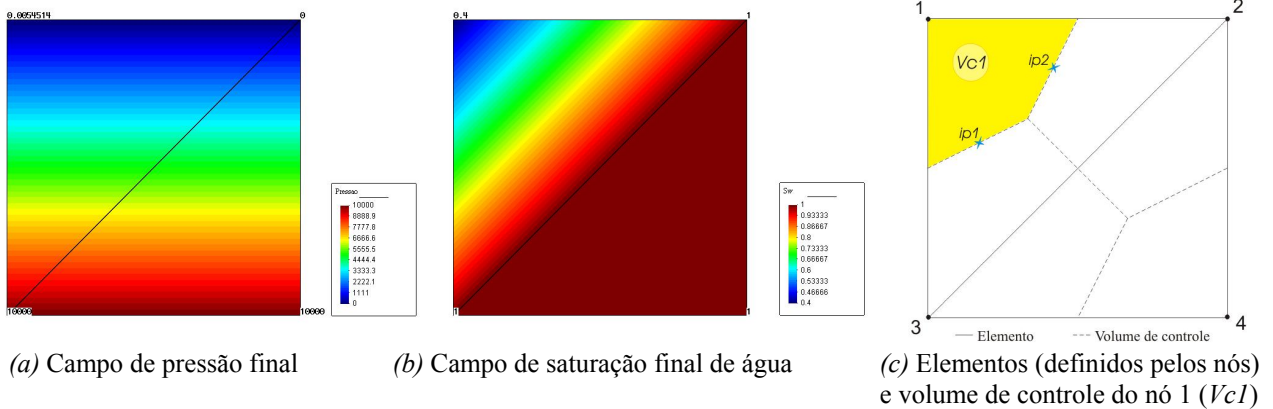


Figura 5. Caracterização das condições iniciais e resultados de regime permanente do 2º caso analisado

Inicialmente deve-se checar se há conservação de óleo nesta solução numérica. Ao se inspecionar a disposição dos volumes de controle empregados neste caso, Figura 5c, nota-se que

- ✓ O volume de controle ao redor do nó 1 tem volume poroso de $0,0333 \text{ m}^3$ (obtido pela geometria da malha);
- ✓ O volume inicial de óleo é $0,02 \text{ m}^3$ (volume total*porosidade* s_o)

Com estes dados é possível conferir que a saturação de óleo que se estabeleceu ao redor do nó 1 ($s_o = 1 - s_w = 0,6$), representa toda a massa de óleo inicial, como deveria ser:

$$s_o = \frac{V_o}{V_T} = 0,6 = \frac{V_o}{0,0333} \quad \Rightarrow \quad V_o = 0,02 \text{ m}^3 \quad (9)$$

Isso indica que há conservação de massa neste problema e que deve haver outra causa para os resultados fisicamente inconsistentes da Figura 5. Para prosseguir neste estudo, serão analisados os vetores de velocidade do óleo nas faces dos volumes de controle. Eles poderão dar uma boa indicação de qual procedimento numérico não está sendo adequado para o problema físico analisado. A Figura 6a mostra as velocidades do óleo no início da simulação. Nota-se que todas têm a direção predominantemente vertical, como o esperado. As velocidades vão diminuindo com o tempo, Figura 6b, até que se tornam nulas. A razão do óleo ficar armazenado em apenas um volume de controle fica evidente: a direção do vetor velocidade do óleo no ponto de integração 2 (ver posição do ip_2 na Figura 5c) indica que o óleo sai do volume de controle 2 (canto superior direito) para o volume de controle 1 (canto superior esquerdo). E como a direção dos vetores praticamente não se altera durante toda a simulação, a tendência é que o óleo seja transportado totalmente para o volume de controle centrado no canto superior esquerdo, como aconteceu. Então a questão é encontrar as causas deste campo vetorial.

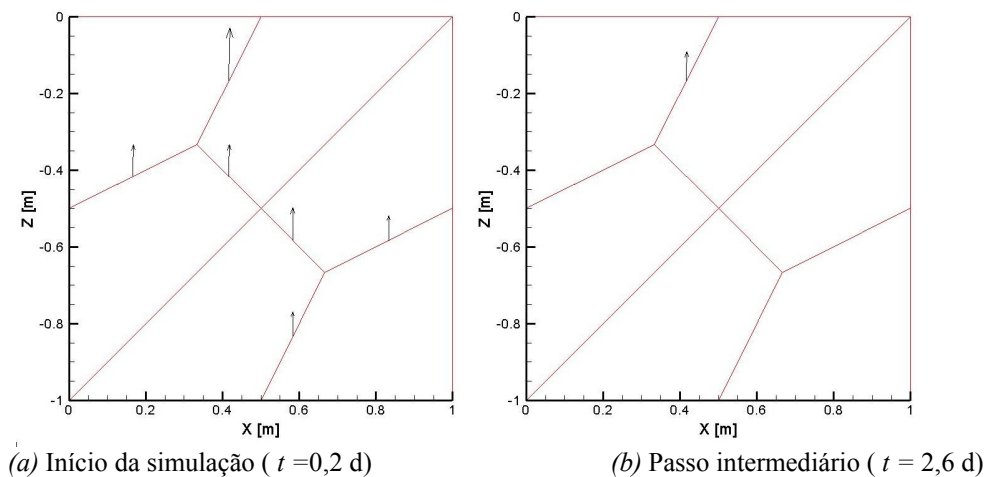
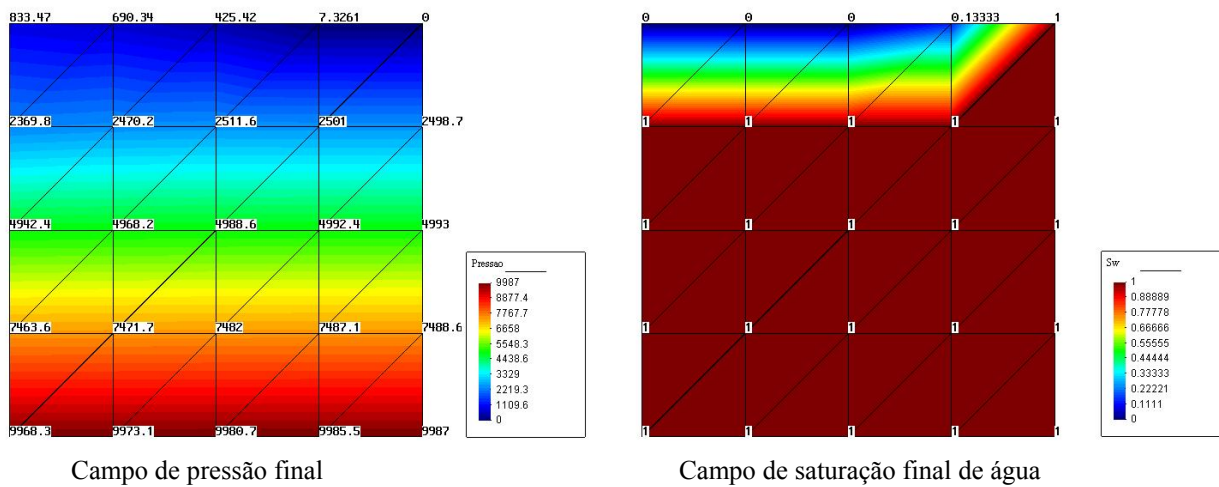


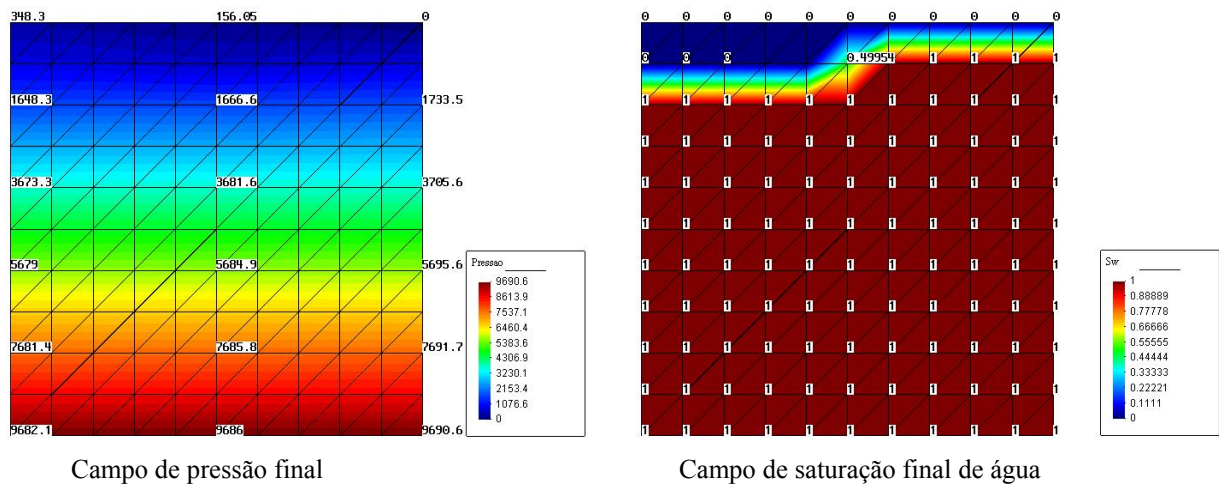
Figura 6. Campo de velocidade do óleo no 2º caso

A velocidade responsável pelo acúmulo exclusivo de óleo no nó 1 é aquela que está plotada no ponto de integração *ip2*, conforme já mencionado. Esta velocidade, como todas as demais, é calculada empregando a Equação 2. No entanto, ela é a única velocidade calculada com o valor de mobilidade do nó 2, que é o nó localizado à montante deste ponto de integração, de acordo com o esquema de avaliação de mobilidades *upwind* adotado. Para este problema em particular, o nó que faria fisicamente mais sentido em ser adotado para o cálculo das mobilidades neste ponto de integração seria o nó 3 (canto inferior esquerda da Figura 5c). Mas, no esquema *upwind* usual, apenas os nós 1 e 2 são candidatos a nó *upwind* no ponto de integração *ip2*. A vantagem da utilização do nó 3 neste cálculo é evidente: a sua mobilidade de óleo é próxima de zero desde o início da simulação, o que diminuiria o valor da velocidade de óleo na interface dos volumes de controle 1 e 2.

Pode-se mostrar as funções de interpolação *upwind* são de baixa ordem (Maliska, 2004), mas se o método numérico é consistente, a solução numérica tem que reproduzir corretamente a física do problema à medida que a malha é refinada. A Figura 7a mostra que os campos de pressão e saturação se aproximam um pouco mais da solução esperada e mostrada na Figura 4. Com mais elementos na malha todos os volumes de controle localizados na face superior da caixa são preenchidos com óleo, como mostra a Figura 7b, embora ainda a solução tenha apresentado um “degrau” no campo de saturações.



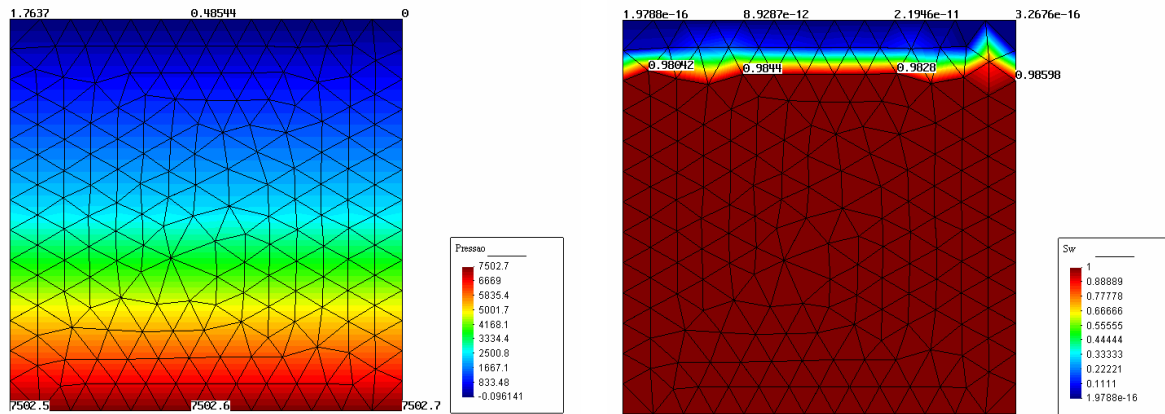
(a) Malha grosseira (25 nós e 32 elementos)



(b) Malha refinada (121 nós e 200 elementos)

Figura 7. Comparação entre resultados de diferentes malhas no 2º caso

Esse degrau desaparece quando é empregada uma malha ‘realmente’ não-estruturada, como a mostrada na Figura 8, onde até mesmo os valores de pressão ficam muito próximos da solução esperada (variações máximas da ordem de 3 Pa).



Campo de pressão final

Campo de saturação final de água

Figura 8. Resultados do 2º caso com malha sem direções preferenciais (205 nós e 356 elementos)

5. Conclusão

Os resultados apresentados neste trabalho mostraram que se deve empregar com cautela malhas não-estruturadas em problemas onde o escoamento se deve, essencialmente, ao termo gravitacional. Demonstrou-se que os resultados são afetados demasiadamente pela inclinação das linhas da malha, principalmente em malhas mais grosseiras, em um fenômeno que não acontece com tanta intensidade com malhas estruturadas. Foi mostrado que a questão-chave é o procedimento de aproximação das mobilidades no pontos de integração. A forma usual com que o esquema *upwind* é aplicado vincula fortemente a solução às linhas da malha.

Em que pese a dificuldade acima, os resultados mostram que, mesmo empregando o esquema *upwind*, o método continuou consistente, isto é, as soluções obtidas em malhas mais refinadas reproduzem o comportamento físico esperado. Como a solução em malhas mais refinadas é mais custosa computacionalmente, fica claro, portanto, que deve-se escolher com bom senso o grau de refinamento necessário para obter uma solução razoável. Isso acaba não sendo novidade porque se deve fazer isso em qualquer solução numérica. Mas deve frisar que, com malhas não-estruturadas de triângulos, este cuidado não pode ser menosprezado. Além disso, é aconselhável que sejam empregadas malhas que não tenham direções preferenciais, o que não é difícil ser feito com métodos que empregam malhas não-estruturadas.

Finalmente, deve-se mencionar que este trabalho não teve a pretensão de ser conclusivo. É importante continuar estudando a aplicação de malhas não-estruturadas em escoamentos em meios porosos, e principalmente, estudar o impacto de outros tipos de funções *upwind*.

6. Referências Bibliográficas

- CORDAZZO, J. *Simulação de Reservatórios de Petróleo Utilizando o Método EbFVM e Multigrid Algébrico*, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 2006.
- ECLIPSE *Technical Description*. Sugar Land, TX: Schlumberger Information Systems, 2004.
- GOTTARDI, G. and DALL'OLIO, D. A Control-Volume Finite-Element Model for Simulating Oil-Water Reservoirs, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 8, 29-41, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1992.
- IMEX, *Version 2002 User's Guide*. Computer Modelling Group Ltd, Calgary, Alberta, Canada.
- KNABNER, P. e FROLKOVIČ, P. Consistent Velocity Approximation for Finite Volume or Element Discretizations of Density Driven Flow in Porous Media, in *Computational Methods in Water Resources XI*, Vol. 1, *Computational Mechanics Publication*, Southhampton, pp. 93-100, 1996.
- MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, 2ª. Edição revista e ampliada, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 2004.
- PEACEMAN, D. W. *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, The Netherlands, 1977.
- TODD, M. R., O'DELL, P. M. and HIRASAKI, G. J. Methods for Increased Accuracy in Numerical Reservoir Simulators, *SPE Journal*, Dec., 515-530, 1972.
- YOSHIKAWA, I. Evaluation of Interblock Mobility Using a Modified Midpoint Weighting Scheme, SPE paper 10498 presented at the 6th SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, LA, January 31-February 3, 1982.