

## ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO ASCENDENTE DE UMA BOLHA DE GÁS EM UM MEIO LÍQUIDO

Ivan C. Georg, Ricardo V.P. Rezende e Clovis R. Maliska

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina – Departamento de Engenharia Mecânica – Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor – SINMEC.

email: [ivan@sinmec.ufsc.br](mailto:ivan@sinmec.ufsc.br)

### RESUMO

O escoamento de bolhas em líquidos é um problema de muito interesse em uma série de processos industriais. Em muitas aplicações industriais – tais como o transporte de óleo, a mistura em reatores químicos, resfriamento de reatores nucleares, processos de aeração, craqueamento catalítico em leito fluidizado, etc. – o conhecimento detalhado das taxas de transferência de massa, energia, quantidade de movimento ou reações químicas na interface gás-líquido é essencial para o projeto de equipamentos. Essas aplicações têm estimulado pesquisas básicas com o intuito de melhorar o conhecimento do escoamento de bolhas para moderados a altos números de Reynolds. Uma das questões de grande importância é a de se estabelecer como a fase contínua (líquido) é afetada pela presença e o movimento da fase dispersa (bolha), tanto em regime laminar como em turbulento. O presente trabalho objetiva estudar numericamente o escoamento de uma bolha de gás em um meio líquido, estabelecer as condições de contorno adequadas a representação da sua forma e as forças de interface (arrasto, sustentação e massa virtual). Utilizou-se o método **VOF** (*Volume of Fluid*) para a solução do escoamento da bolha, com malha computacional estruturada bidimensional e refino adequado para resolver todas as escalas do escoamento e representar adequadamente a interface.

### 1. INTRODUÇÃO

O escoamento multifásico é encontrado em muitas áreas da engenharia tais como biológica, química, civil, mecânica, aeroespacial e nuclear. Uma série de sistemas como combustão e produção de energia estão associados com o escoamento de duas fases diluídas, desde escoamento turbulento de sprays de bolhas em turbinas de gás até escoamento de bolhas em um reator nuclear. O bom contato entre as fases em reatores multifásicos é essencial para promover o transporte interfacial de espécies químicas e energia.

Escoamentos multifásicos são em sua grande maioria extremamente complexos, tendo em vista instabilidades associadas com diferentes escalas espaciais e temporais. A formação, crescimento e propagação destas estruturas são influenciadas pelas dimensões do equipamento e das configurações de entrada e saída; estas relações são pouco entendidas, dificultando extremamente o projeto de equipamentos otimizados. Um melhor conhecimento das interações associadas às fases pode levar ao aumento da performance, redução de custos de projeto e diminuição dos riscos inerentes a cada processo. Uma compreensão mais aprofundada dos fenômenos associados à transferência de massa, quantidade de movimento, energia em escoamentos multifásicos exige a utilização de ferramentas adequadas, tanto experimentais como numéricas. No que concerne aos aspectos experimentais é notória a dificuldade de controlar completamente um sistema multifásico, Prosperetti et al. [1]. No entanto, computacionalmente isto é possível, como por exemplo, incluir ou não o efeito de forças externas (gravidade), ou levar em conta a presença de algum contaminante em uma das fases. Contudo, devido a

complexidade do escoamento e o fato do comportamento das grandes escalas (escoamento gás-líquido) ser influenciado por fenômenos encontrados nas menores escalas (nucleação, molhamento, tensão interfacial, aglomeração, coalescência, entre outras), dificulta em muito a modelagem matemática.

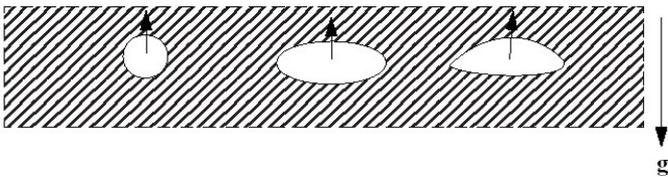
Geralmente estes sistemas são tratados com uma descrição média das propriedades, surgindo assim a necessidade do conhecimento das forças na interface tais como arraste, sustentação, massa virtual, etc. O modelo comumente utilizado na literatura há mais de três décadas para resolver o escoamento multifásico é o chamado “Modelo de Dois Fluidos”, onde as fases são tratadas como um contínuo interpenetrado (formulação Euleriana-Euleriana), necessitando prescrever as forças na interface. No presente trabalho propõem-se a estudar o escoamento ascendente de uma bolha de gás imersa em um fluido utilizando-se o método de captura de interface (**VOF** – *Volume of Fluid*) objetivando o cálculo das forças interfaciais. A velocidade terminal, as forças de arrasto, sustentação e massa virtual a forma e deformação da bolha são comparados com dados experimentais.

### 2. ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO

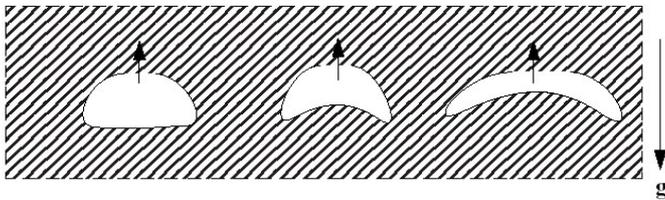
Em escoamentos gás-líquido as bolhas de gás apresentam-se com diferentes configurações geométricas tais como esferas, elipsóides e bolhas do tipo “*spherical cap*” (bolha com forma de boné, conforme Fig. 1.). A trajetória ascendente está associada com as dimensões das bolhas e das propriedades do líquido. Por exemplo, em um sistema composto de água pura, as bolhas seguem um caminho ascendente retilíneo quando seu diâmetro equivalente não exceder da ordem de 1,8 mm. Se o diâmetro equivalente exceder e o número de Reynolds for da ordem de 600 a

trajetória será oscilante com um comportamento do tipo zigzag [2].

a) bolhas esféricas e elipsóides



b) bolhas do tipo “spherical cap”



**Figura 1.** Representação da forma de bolhas encontradas em escoamentos ascendentes, adaptado de [3].

Para altas tensões superficiais ou altas viscosidades (baixo número de Reynolds) as bolhas são aproximadamente esféricas e seguem uma trajetória ascendente retilínea. Diminuindo-se a tensão superficial, ou aumentando o número de Reynolds, as bolhas tornam-se deformadas, primeiramente para uma forma elipsoidal e então transacionam para uma forma do tipo “spherical cap”, conforme Fig. 1b. Bolhas deformadas podem oscilar e as bolhas elipsóides tendem a seguir um caminho do tipo zigzag. Bolhas do tipo “spherical cap” ou bolhas de Taylor seguem um caminho ascendente em linha reta.

Um conjunto de bolhas ascendendo em uma coluna líquida pode coalescer, dependendo do regime de escoamento. O fenômeno de coalescência pode gerar vórtices. Estas estruturas geram apreciável mistura axial e variação lateral da fração de bolhas e velocidades. O escoamento a altas velocidades produz uma vigorosa coalescência e destruição de bolhas, incrementando sobremaneira as não uniformidades laterais. Segundo [4] uma distribuição bimodal das dimensões das bolhas (bolhas rápidas e lentas) fica evidente em altas velocidades.

Dados experimentais do escoamento ascendente de bolhas em líquidos, abrangendo um grande espectro de propriedades físicas e diâmetro de bolhas podem ser encontrados em [5]. Por outro lado, muito pouco é conhecido sobre a quantificação do arraste em um conjunto de bolhas. Uma bolha, um conjunto de bolhas uniformes movendo-se e bolhas do tipo “spherical cap”, manifestam diferentes dependências do coeficiente de arraste em relação à fração de bolhas. A presença de outras bolhas obstrui a subida de bolhas esféricas, enquanto o oposto ocorre no caso de bolhas do tipo “spherical cap”. Expressões para as forças de arrasto que levem em conta este efeito começam a aparecer na literatura [3], contudo para uma pequena faixa experimental. Modelos validados para as forças de massa virtual que possam ser aplicáveis a este tipo de escoamento não são encontrados.

Estudos detalhados de investigação do escoamento de um conjunto de bolhas com a finalidade de encontrar relações constitutivas para as forças de interface para o modelo de dois fluidos começam a aparecer na literatura. Bunner e Tryggvason [6] simularam o escoamento tridimensional de bolhas esféricas usando o método de fronteira imersa. Outros esquemas numéricos tais como **VOF** [7] e Lattice Boltzmann (**LB**) [8] estão sendo utilizados nos dias de hoje com esta

finalidade. De fato poucos trabalhos são encontrados na literatura com o objetivo explícito de encontrar detalhadamente relações constitutivas para as forças de interface em escoamentos multifásicos. Isto se deve a dificuldade de simular casos reais, onde geralmente encontram-se presentes muitas bolhas e a interação destas bolhas causa instabilidade no padrão de escoamento, exigindo malhas computacionais extremamente refinadas e esquemas numéricos robustos.

Takada et al. [9], realizaram comparação de simulações usando LB para o escoamento de uma bolha com o método VOF. Os resultados mostraram-se semelhantes. Tradicionalmente, a dificuldade maior no uso de métodos de captura de interface tem sido manter com precisão o comportamento da interface entre diferentes fluidos e a inclusão da tensão interfacial. Brackbill et al. [10] desenvolveram um modelo para a tensão superficial trazendo melhoras significativas ao método. Com o trabalho de [11] o método tornou-se mais confiável e sua precisão melhorou a representação da interface. Uma excelente revisão do método VOF pode ser encontrada em [12] e [13].

## 2. MODELO MATEMÁTICO

A formulação matemática utilizada para o estudo do escoamento ascendente de uma bolha em um meio fluido considera a velocidade da fase gás e da fase líquido iguais na interface, ou seja, a velocidade é contínua na interface. O líquido é considerado incompressível e preenche o domínio completamente. O volume da bolha e a densidade do gás são constantes. A equação de Navier-Stokes em sua forma conservativa para a solução do problema utilizando o método VOF pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{\partial(\mathbf{r}\mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{r}\mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mathbf{m}(\nabla\mathbf{U} + \nabla\mathbf{U}^T)] + \mathbf{r}\mathbf{g} + \mathbf{F}_s, \quad (1)$$

e a conservação da massa por

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

onde  $\mathbf{g}$  é o vetor gravidade,  $\mathbf{F}_s$  é a tensão superficial por unidade de volume [10].

A Eq. (1) é a equação de Navier-Stokes com o termo fonte  $\mathbf{F}_s$  associado à tensão superficial. A descrição do transporte da interface poderia, a priori, ser representada por qualquer função descontínua. Contudo, como a razão entre as densidades para o sistema água-ar, por exemplo é muito grande, da ordem de  $10^3$  para as densidades e da ordem de  $10^2$  para as viscosidades, assim, esta grande diferença nos valores pode gerar uma excessiva difusão numérica, já que é difícil representar numericamente funções com grandes gradientes. Este problema pode ser resolvido definindo uma fração volumétrica  $F$ , sendo a fração de um volume de controle ocupada pelo líquido ( $0 \leq F \leq 1$ ), para seguir a interface que se move. Quando  $F=1$  o volume de controle contém apenas líquido e quando  $F=0$ , apenas gás. Usando esta definição de fração volumétrica pode-se representar a densidade e a viscosidade na Eq. (1) como

$$\mathbf{f}(x, t) = F(x, t)\mathbf{f}_f + [1 - F(x, t)]\mathbf{f}_g, \quad (3)$$

onde  $f$  assume valores de densidade ou viscosidade. A equação de transporte para a função F pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{\partial(F)}{\partial t} + \nabla \cdot (UF) = 0. \quad (4)$$

Com o gradiente da função F escolhido para representar a interface, o vetor unitário normal para a interface é dado por

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \quad (5)$$

e a tensão superficial é dada por

$$\int_{A_i} \mathbf{F}_s dA = \int_{A_i} \mathbf{s} k(\mathbf{x}_i) \hat{\mathbf{n}} dA \quad (6)$$

onde  $\mathbf{F}_s$ ,  $\mathbf{s}$ ,  $k$  e  $\mathbf{x}_i$  são a tensão superficial, o coeficiente da tensão superficial, a curvatura da interface e sua localização respectivamente.

Como uma interface tendo tensão superficial representada com o método **VOF**, sua topologia irá, de forma geral, não estar alinhada com as coordenadas da malha computacional. Esta interface é representada no domínio como uma espessura finita onde a fração volumétrica varia de forma suave desde zero até um numa distância comparável ao espaçamento de um volume elementar da malha. Assim, a forma volumétrica de  $\mathbf{F}_s$ , não é zero apenas dentro destas regiões de transição, e é dada por [11]

$$\mathbf{F}_s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{s} k(\mathbf{x}, t) \left( \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \right) d, \quad (8)$$

onde  $d$  é o salto no valor da função F na interface dado por  $|\nabla F|$ . Como sugerido por [10], uma variação suave em  $k$  geralmente resulta em uma modificação na função F com a função de calcular as normais sobre a superfície da Eq. (8). Uma série de algoritmos são encontrados na literatura, contudo isto não impede que um pequeno desvio do cálculo da forma da interface possa ocorrer. Um cálculo da curvatura pode ser obtido usando, [3]

$$k(\mathbf{x}, t) = -(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}). \quad (9)$$

Como indicado acima, a orientação da interface é calculada através de um gradiente da função F. Basicamente este procedimento envolve diferenciação numérica de uma função descontínua levando a problemas de precisão. Este problema pode ser minimizado suavizando-se a função F no cálculo da normal à interface usando  $F'$  no lugar de F obtendo-se:

$$F'(\bar{\mathbf{x}}) = \sum_m D(x - x_m) D(y - y_m) D(z - z_m) F(\bar{\mathbf{x}}_m), \quad (13)$$

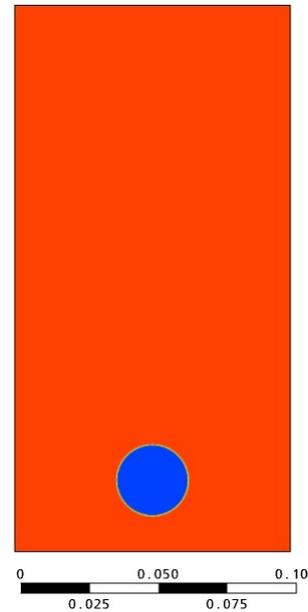
onde a função suavizadora D é dada por, [3]

$$D(x) = \frac{1}{2} [1 + \tanh(\frac{x}{h})] \quad (12)$$

onde h representa a espessura da interface. A Eq. (12) é usada como condição inicial. Tipicamente usa-se um valor de h como sendo dois espaçamentos da malha,  $h=2\Delta$ , onde  $\Delta$  representa o tamanho da malha computacional.

### 3. DESCRIÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a solução do escoamento ascendente de uma bolha de gás em um meio líquido foram utilizados domínios computacionais com diferentes dimensões laterais. As dimensões laterais utilizadas no presente trabalho foram de 8, 10 e 20 cm, sendo que a dimensão vertical foi mantida constante com 20 cm. A Fig. 2 apresenta o domínio computacional de 10x20 cm. Para todos os domínios utilizou-se uma malha computacional com espaçamento de 0,02 cm (200 $\mu$ m). O passo de tempo utilizado para todos os casos estudados foi de  $10^{-4}$  segundo. As equações apresentadas no item 2 foram resolvidas no simulador ANSYS CFX versão 11 em paralelo em duas estações Itanium Workstation ZX 2000 com 2 gigabytes de RAM, 900 MHz com processador de 64 bits. Nas simulações utilizou-se um esquema numérico de segunda ordem para o tempo e espaço, com solução acoplada.



**Figura 2.** Domínio computacional 10x20 cm com o posicionamento inicial da bolha de gás.

Utilizou como base experimental os resultados apresentados por [14]. Estes autores realizaram estudo experimental do escoamento ascendente de uma bolha em um meio líquido com diferentes regimes de escoamento. Tomou-se como base os resultados apresentados para número de Reynolds = 7,16, Morton = 41,1 e Eötvös = 116. Estes números adimensionais são definidos como

$$Re = \frac{\mathbf{r}_f d_e U_t}{\mathbf{m}_l}; \quad Mo = \frac{g \mathbf{m}_l^4}{\mathbf{s} \mathbf{r}_f}; \quad Eo = \frac{g d_e^2 \mathbf{r}_f}{\mathbf{s}}; \quad (13)$$

onde  $U_t$  é a velocidade terminal  $\mathbf{s}$  é a tensão superficial  $d_e$  é o diâmetro equivalente da bolha  $\mathbf{r}_f$  é a densidade do líquido e  $\mathbf{m}_l$  é a viscosidade do líquido.

Com estes conjuntos adimensionais tem-se a dimensão das menores escalas da ordem de 0.6 centímetros e o tempo característico da ordem de 0.037 segundo. Desta forma o

refino de malha e o passo de tempo utilizados nas simulações do presente trabalho resolvem todas as escalas do escoamento. As propriedades físicas utilizadas na simulação são as mesmas descritas em [14], apresentadas na Tab. 1.

Tabela 1. Propriedades físicas

$\rho_f$	$\rho_g$	$\mu_f$	$U_t$	$S$	$d_c$
1314	1,185	12,53	26,16	76,9	2,61
kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	g/cms	cm/s	dina/cm	cm

Nas paredes do domínio utilizou-se condição de não deslizamento e deslizamento para efeito de comparação. Inicialmente a bolha de gás está em repouso a uma distância de um raio da bolha da parede inferior e o líquido em repouso. A condição de contorno utilizada na saída do domínio, região superior, foi uma condição de pressão prescrita onde a direção e o módulo do vetor velocidade são partes da solução. Esta condição permite a entrada e saída de fluido do domínio.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Segundo [14], a forma da bolha para os valores do conjunto de adimensionais citados no item 3 é de um “cap oblato elipsoidal” quando esta alcança a velocidade terminal. De forma a realizar comparação qualitativa, apresenta-se a Fig. 3.

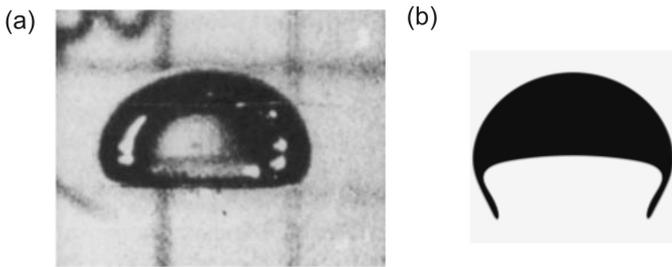


Figura 3. a) bolha “cap oblato elipsoidal”, [14]; b) Resultado da simulação utilizando o mesmo conjunto de parâmetros adimensionais utilizados por [14] em 0,4 segundo.

Observa-se que os resultados numéricos representam adequadamente a forma experimental da bolha de gás. Observa-se que a interface está bem representada sem apresentar difusão, muito comum em simulações utilizando-se VOF, quando a resolução da malha não é adequada.

A Fig. 4 apresenta o resultado da influência na forma da bolha quando da variação das dimensões do domínio computacional. Realizaram-se simulações numéricas para domínios bidimensionais com 8x20, 10x20 e 20x20 cm, com o objetivo de observar a influência da parede. Observa-se na Fig. 4 que no domínio menor o arrasto é maior, e a velocidade terminal da bolha, portanto, é menor o que acarreta em um  $C_D$  maior. Observa-se ainda que a forma da bolha mantém-se a mesma para todos os domínios apresentados, neste instante de tempo.

Os resultados apresentados na Fig. 4 foram realizados com condição de não deslizamento junto à parede. A comparação para 0,2 segundo é apresentado na Fig. 5, onde observa-se que a forma da bolha para o domínio maior é ligeiramente diferente do que para os domínios menores. O arrasto é maior para os domínios menores acarretando numa posição de ascensão inferior para este tempo.

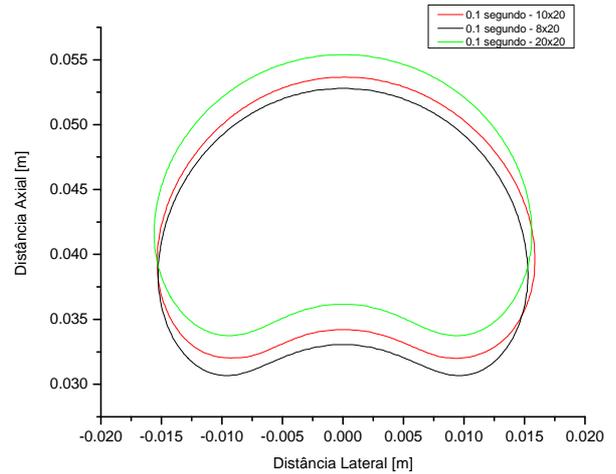


Figura 4. Variação da forma da bolha em função das dimensões do domínio para 0,1 segundo.

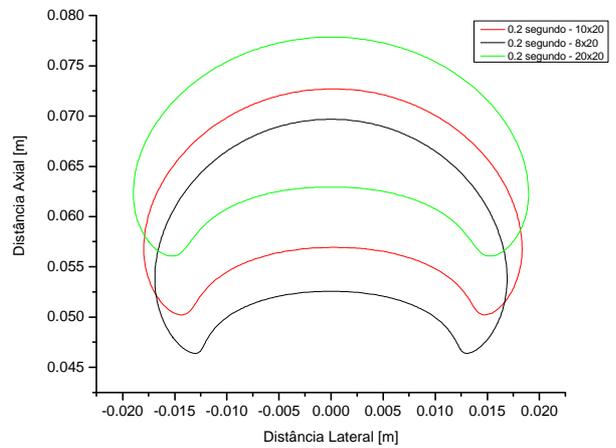


Figura 5. Variação da forma da bolha em função das dimensões do domínio para 0,2 segundo.

Observa-se nas Fig. 4 e 5 que a resolução da malha computacional permitiu uma excelente representação da interface, sem o aparecimento de difusão.

A velocidade terminal para os três domínios foi calculada definindo a velocidade baricêntrica da bolha na direção vertical, descrita na Eq. (14), [15]

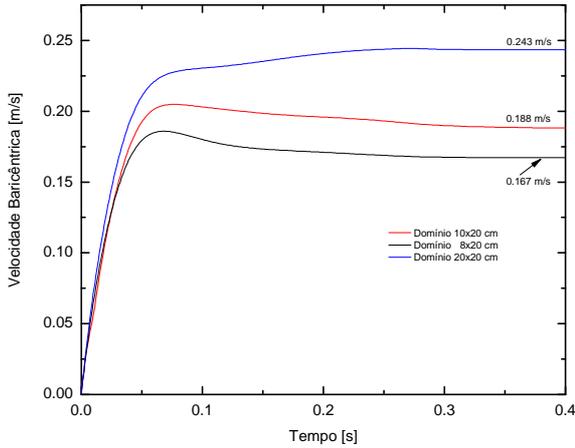
$$V_b = \frac{\int U_s \cdot e_z dV}{\int F dV} \quad (14)$$

onde  $U_s$  é a velocidade superficial do gás.

Os perfis de velocidade baricêntrica são apresentados na Fig. 6, onde é possível observar que a velocidade terminal no domínio (20x20) cm é maior que nos domínios menores, evidenciando um arrasto menor.

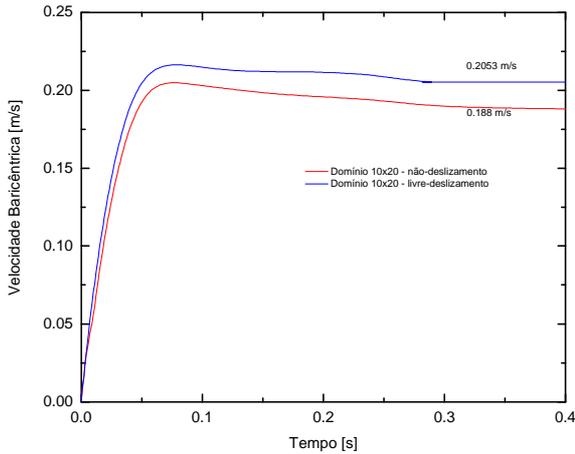
Nos três casos a velocidade terminal foi inferior a reportada experimentalmente. O valor experimental da velocidade terminal é de 0,2616 m/s, enquanto que para o maior domínio encontrou-se um valor de 0,243 m/s. Os resultados apresentados até o momento são para condições de não deslizamento na parede. Realizou-se simulação com condição

de deslizamento na parede para o domínio (10x20) cm objetivando observar o comportamento da velocidade terminal.



**Figura 6.** Perfis da velocidade baricêntrica para os três domínios em estudo.

A Fig. 7 apresenta a comparação do perfil da velocidade baricêntrica para o domínio (10x20) cm com condição de contorno de não-deslizamento e deslizamento na parede.



**Figura 7.** Perfis da velocidade baricêntrica para o domínio 10x20 com condição contorno de não-deslizamento e deslizamento na parede.

Fica evidente na Fig. 7 que a condição de contorno na parede modifica o comportamento do arraste. A condição de não-deslizamento na parede produz um arraste maior, gerando desta forma uma velocidade terminal menor. A relação entre o valor experimental da velocidade terminal para o domínio (20x20) cm, com condição de não-deslizamento na parede, é de  $0,2616/0,243 = 1,0765$ , sendo que para o domínio (10x20) cm com condição de deslizamento é de  $0,2053/0,188 = 1,092$ . Ou seja, espera-se que utilizando-se condição de deslizamento livre para o domínio (20x20) cm a velocidade terminal numérica aproxime-se da experimental.

A força de arrasto e de sustentação  $F_D$  e  $F_L$ , são os componentes da força realizada pelo fluido sobre a superfície da bolha e podem ser calculadas pela soma das forças de pressão e viscosas atuando na bolha.  $C_D$  e  $C_L$  são definidos por

$$C_i = \frac{F_i}{0.5 r_L U_l^2 \rho \left(\frac{d_e}{2}\right)^2} \quad (15)$$

Para o cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação as forças de arrasto e sustentação são calculadas a partir do momento em que a bolha de gás alcança a velocidade terminal. O coeficiente de massa virtual,  $C_{VM}$ , é calculado da parte inicial do escoamento utilizando-se a seguinte expressão

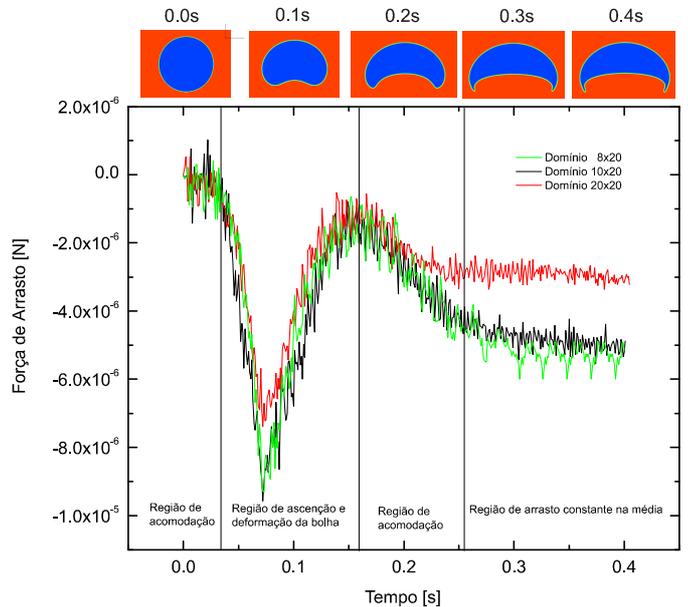
$$C_{vm} = -\frac{\mathbf{r}_{rg}}{\mathbf{r}_L} + \frac{(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_g) \cdot \mathbf{g}}{\mathbf{r}_L \frac{dU_{rel}}{dt}} \quad (16)$$

onde  $U_{rel}$  é a velocidade relativa da bolha em relação ao líquido. A derivada material no segundo termo da Eq. (16) é calculada utilizando-se a Eq. (17) (segundo [3] e [8])

$$\frac{dU_{rel}}{dt} = \frac{\partial U_g}{\partial t} + \mathbf{U}_g \cdot \nabla \mathbf{U}_g - \frac{\partial \mathbf{U}_l}{\partial t} - \mathbf{U}_l \cdot \nabla \mathbf{U}_l \quad (17)$$

A Eq. (17) representa a aceleração da bolha relativa a do fluido que a rodeia.

O perfil instantâneo da integral na superfície da bolha da força de arrasto (descontada a força de empuxo) para os três domínios é apresentado na Fig. 8. Quatro regiões estão identificadas na figura. A região inicial, de acomodação da bolha. A região inercial, onde a bolha inicia a ascensão e deformação, acomodação e a região onde o regime se estabelece com a força de arrasto constante na média.



**Figura 8.** Perfil instantâneo da força de arrasto para três domínios.

Observa-se na Fig. 8 que o domínio menor (8x20) cm, apresenta a força de arrasto maior na região de arrasto constante. O comportamento da força de arrasto na região de deformação apresenta-se semelhante para todos os domínios, onde essencialmente estão presentes os efeitos do arraste de forma.

Os valores de  $C_D$  calculados para os três domínios são apresentados na Tab. 2.

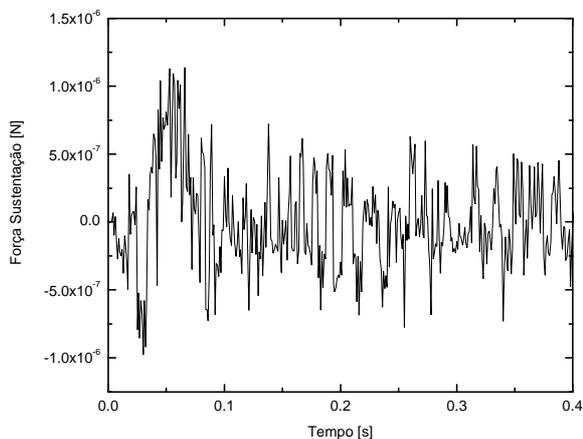
Observa-se pelos valores apresentados do cálculo do coeficiente de arrasto que o maior domínio apresentou menor arrasto (efeito de parede menor), com valor próximo ao experimental. O erro percentual para este caso é de nove por cento. Importante ressaltar que o valor encontrado para o domínio onde foi utilizada condição de parede de deslizamento é menor que o encontrado para o mesmo domínio (10x20 cm) com condição de não-deslizamento.

**Tabela 2.** Coeficiente de arrasto,  $C_D$  experimental e valores calculados com Eq. 15.

Experimental	8x20	10x20	10x20*	20x20
5,29	12,4	9,57	8,09	5,76

\*Domínio com condição de contorno na região da parede de deslizamento.

O perfil da força de sustentação é apresentado na Fig. 9. Evidencia-se que na média a força de sustentação é nula. A bolha de gás ascende em uma trajetória retilínea com pequena movimentação lateral. O Coeficiente de sustentação  $C_L$  calculado pela Eq. 15 é  $2,3 \times 10^{-9}$  negativo, ou seja,  $C_L=0$ .



**Figura 9.** Perfil instantâneo da força de sustentação para o domínio 10x20 com condição de não-deslizamento na parede.

Os resultados para o coeficiente de massa virtual são apresentados na Tab. 3.

**Tabela 3.** Coeficiente de massa virtual  $C_{VM}$  teórico esperado [16] e valores calculados com Eq. 16.

Esperado	8x20	10x20	10x20*	20x20
1,0	2,0	1,69	1,35	1,35

\*Domínio com condição de contorno na região da parede de deslizamento.

Os valores do coeficiente de massa virtual encontrados para o domínio com condição de contorno de livre deslizamento e para o domínio maior (20x20) cm estão de acordo com os reportados por [17] para simulação utilizando **VOF**, contudo, superiores ao valor esperado para o escoamento entorno de um cilindro. Nota-se que para os domínios menores com condição de não-deslizamento na parede o coeficiente de massa virtual aumentou sobremaneira. A parede exerce uma grande influência nesta força. Um estudo mais aprofundado sobre estes efeitos é necessário.

## 5. CONCLUSÕES

Apresentou-se estudo numérico do escoamento ascendente de uma bolha de gás em um meio líquido utilizando-se o método VOF de captura de interface. A representação da interface mostrou-se adequada, sem apresentar difusão. A comparação qualitativa da forma da bolha comparada com a experimental mostrou-se também adequada.

A velocidade terminal foi calculada e comparada com a experimental. Evidenciou-se que a velocidade terminal é inferior à reportada experimentalmente. Um estudo preliminar do efeito da parede foi realizado, concluindo-se que a utilização da condição de deslizamento na parede é mais adequada que a de não-deslizamento para as dimensões do domínio utilizadas no presente trabalho.

Foram também realizados os cálculos do coeficiente de arrasto, sustentação e massa virtual, utilizando a integração das forças na superfície da bolha de gás. O coeficiente de arrasto calculado para o domínio (20x20) cm, com condição de não-deslizamento, aproximou-se do experimental. O coeficiente de massa virtual, por outro lado, apresentou os maiores desvios com o valor esperado para o escoamento entorno de um cilindro. Um estudo mais aprofundado em relação às condições iniciais é necessário.

De forma geral, pode-se concluir que o método utilizado (VOF), para representar o escoamento de uma bolha de gás em um meio líquido, com o refino de malha apresentado neste trabalho foi capaz de representar adequadamente o comportamento fluido dinâmico. Um estudo tri-dimensional é necessário para estabelecer a influência nas características fluido dinâmicas e no cálculo das forças.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pela bolsa de pós doutorado e auxílio institucional.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Prosperetti, G. Tryggvason, Report of study group on computational physics, *International Journal of Multiphase Flow*, n. 29, pp. 1089-1099, 2003.
- [2] P.C. Duineveld, Rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, n. 292, pp. 325-332, 1995.
- [3] A.D. Burns, Computational fluid dynamics modeling of multiphase flows. Alpha Beta Numerics, Fulwood, Preston, PR28At, UK, 2003.
- [4] R. Krishna, J.M. van Baten, and J. Ellenberger, Influence of scale on the hydrodynamics of bubble columns operating in the Churn-Turbulent regime, *Chem. Eng. Sci.*, n. 54, pp. 4903, 1999.
- [5] L.-S. Fan and K. Tsuchiya, *Bubble wake dynamics in liquids and liquid-solid suspensions*, Butterworth-Heinemann, Stoneham, MA, 1990.
- [6] B. Bunner and G. Tryggvason, Direct numerical simulation of three-dimensional bubbly flows, *Physics of Fluids*, n. 54, p. 1967, 1999.
- [7] Y. Li, J.P. Zhang and L.-S. Fan, Numerical simulation of gas-liquid-solid fluidization systems using a combined CFD-VOF-DPM method: bubble wake behavior, *Chem. Eng. Sci.*, n. 54, p. 5101, 1999.
- [8] K. Sankaranarayanan, X. Shan, I.G. Kevrekidis, and S. Sundaresan, Analysis of drag and virtual mass forces in bubbly suspensions using an implicit formulation of the

- lattice Boltzmann method, *Journal of Fluid Mechanics*, n. 452, pp. 61-96, 2002.
- [9] N. Takada, M. Misawa, A. Tomiyama, and S. Hosokawa, Simulation of bubble motion under gravity by lattice Boltzmann Method, *Journal of Nuclear Science and Technology*, vol. 38 n. 5, pp. 330-341, 2001.
- [10] J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C.A. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *Journal Computational Physics*, n. 100, pp. 335-354, 1999.
- [11] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flows, *Journal Computational Physics*, n. 114, pp. 146-159, 1994.
- [12] R. Svardovelli, S. Zaleski, Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, n. 31, pp. 567-603, 1999.
- [13] E. Loth, Numerical approaches for motion of dispersed particles, droplets and bubbles, *Progress in Energy and Combustion Science*, n. 26, pp. 161-223, 2000.
- [14] D. Bhaga and M.E Weber, Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities, *Journal of Fluid Mechanics*, n. 105, pp. 61-85, 1981.
- [15] T. Bnometti, J. Magnaudet, An interface-capturing method for incompressible two-phase flows. Validation and application to bubble dynamics, *International Journal of Multiphase Flow*, n. 33, pp. 109-133, 2007.
- [16] T. Hibiki, M. Ishii, Lift force in bubbly flow systems, *Chemical Engineering Science*, n. 62, pp. 6457-6474, 2007.
- [17] W. Dijkhuizen, E.I.V. van den Hengel, N.G Deen, M. van Sint Annaland, J.A.M. Kuipers, Numerical investigation of closures for interface forces acting on single air-bubbles in water using Volume of Fluid and Front Tracking models, *Chemical Engineering Science*, n. 60, pp. 6169-6175, 2005.

# NUMERICAL INVESTIGATION OF A SINGLE AIR BUBBLE FLOWING IN A QUIESCENT LIQUID

Ivan C. Georg, Ricardo V.P. Rezende e Clovis R. Maliska

UFSC – Federal University of Santa Catarina - Dept. of Mechanical Engineering – Laboratory of Numerical Simulation in Fluid Dynamics and Computational Heat Transfer - SINMEC

email: [ivan@sinmec.ufsc.br](mailto:ivan@sinmec.ufsc.br)

## ABSTRACT

Closures for the drag, lift and virtual mass acting on a single air bubble in a quiescent liquid have been numerically investigated using a computational grid and time refinement that resolves all spatial and length scales. A Volume of Fluid (VOF) model was used and the results were compared with experimental available data. In the simulations, realistic values were taken for the physical properties. The available results compare well with the available experimental data.